

2012年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～11ページ
世界史	13～29ページ
政治・経済	31～43ページ
数学	45～46ページ

注意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (7) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (8) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔 I 〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

座標平面上に円 $S: x^2 + y^2 = 4$ と、円 S 上に異なる 2 点 $A(a, b)$, $B(c, d)$ があり、 $ad - bc \neq 0$ を満たしている。

点 A における円 S の接線 ℓ の方程式は、 $ax + by =$ ア である。
点 B における円 S の接線を m とおくと、2 直線 ℓ と m の交点 P の x 座標は、 a, b, c, d を用いて イ である。ここで、点 P の座標を $P(p, q)$ とおくと、直線 AB の方程式は、 p, q を用いて ウ となる。

次に $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおくと、 t の値のとりうる範囲は エ である。また、 t を用いて $\sin \theta \cos \theta =$ オ と表せる。このとき、関数 $z = 2 \sin \theta \cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta + 6$ を t を用いて表すと、 $z =$ カ となる。 z の最大値は キ であり、最小値は ク となる。最小値をとる θ の値は ケ である。

交点 $P(p, q)$ が、原点 O を中心とし z の最大値を半径とする円の周上を動くように、2 点 A, B が円 S の周上を動くとき、直線 AB が通らない範囲の面積は コ である。

〔 II 〕 1 個のサイコロを 3 回投げて、1 回目に出た目を a , 2 回目に出た目を b , 3 回目に出た目を c とする。次の問いに答えよ。

- (1) $a > 2b > c$ となる確率を求めよ。
- (2) $a, 2b, c$ を辺の長さとする三角形を作ることができる a, b, c の条件を求めよ。
- (3) $a, 2b, c$ を辺の長さとする直角三角形を作ることができる a, b, c の組 (a, b, c) のとり方は何通りあるか。
- (4) $b = 2$ のとき、 $a, 2b, c$ を辺の長さとする三角形を作ることができる a, c の組 (a, c) のとり方は何通りあるか。
- (5) $a, 2b, c$ を辺の長さとする三角形を作ることができる確率を求めよ。

〔Ⅲ〕 $\triangle AB_1C_1$ の内接円を S_1 とし、円 S_1 の半径を r_1 とする。点 B_1 とは異なる点 B_2 を線分 AB_1 上に、点 C_1 とは異なる点 C_2 を線分 AC_1 上に、線分 B_2C_2 が線分 B_1C_1 に平行で、 $\triangle AB_1C_1$ の内接円 S_1 に接するようにそれぞれとる。点 B_2 とは異なる点 B_3 を線分 AB_2 上に、点 C_2 とは異なる点 C_3 を線分 AC_2 上に、線分 B_3C_3 が線分 B_2C_2 に平行で、 $\triangle AB_2C_2$ の内接円 S_2 に接するようにそれぞれとる。これを繰り返して、点 B_n, C_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を順次定める。 $B_1C_1 = a$, $\angle AB_1C_1 = \beta$, $\angle AC_1B_1 = \gamma$ とするとき次の問いに答えよ。

(1) 辺 AB_1 の長さを、 $\sin \gamma, \sin(\beta + \gamma), a$ を用いて表せ。また、 $\triangle AB_1C_1$ の面積 T_1 を、 $\sin \beta, \sin \gamma, \sin(\beta + \gamma), a$ を用いて表せ。

(2) 内接円 S_1 の半径 r_1 を、 $\sin \beta, \sin \gamma, \sin(\beta + \gamma), a$ を用いて表せ。

(3) 正の整数 n に対して、 $\triangle AB_nC_n$ の内接円 S_n の半径を r_n とする。 $\frac{r_{n+1}}{r_n}$ の値を $\sin \beta, \sin \gamma, \sin(\beta + \gamma)$ を用いて表せ。

(4) 円 S_n の面積を U_n とおく。 $\cos \beta = \frac{4}{5}, \cos \gamma = -\frac{3}{5}$ のとき、 $\frac{1}{T_1} \sum_{k=1}^n U_k$ の値を n を用いて表せ。