

2013年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～14ページ
世界史	15～25ページ
政治・経済	27～37ページ
数学	39～40ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (7) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (8) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔Ⅰ〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) a, b を正の定数とする。関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + b$ について、 $f'(x) = 0$ となる x の値は、0 と ア である。3 次方程式 $f(x) = 0$ が 2 重解 $x = 2$ をもつとき $a =$ イ , $b =$ ウ である。

- (2) 1 個のさいころを投げたとき、その出た目を A とする。 $\cos \frac{A}{4}\pi = 0$ となる確率は エ である。 $\cos \frac{A}{4}\pi$ の値の期待値は オ である。

次に、赤白 2 個のさいころを投げて、赤いさいころの出た目を B 、白いさいころの出た目を C とする。 $\cos \frac{B+C}{4}\pi$ の値の期待値は カ である。

- (3) n を 1 以上の整数とし、 k を $1 \leq k \leq n$ をみたす整数とする。 n 個の異なるものから k 個のものを取り出して並べた順列の総数を ${}_nP_k$ と表す。 $\sum_{k=1}^3 {}_3P_k$ の値は キ であり、

$\log_{10} \left(\sum_{k=1}^3 {}_3P_k \right) = a + b \log_{10} 2 + c \log_{10} 3$ をみたす整数 a, b, c の組は $(a, b, c) =$ ク である。

一方、等式 $\sum_{k=1}^n \log_{10} {}_nP_k = \sum_{j=1}^n \left(\text{ ケ } \times \log_{10} j \right)$ が成り立つ。

よって $\sum_{k=1}^6 \log_{10} {}_6P_k = p + q \log_{10} 2 + r \log_{10} 3$ をみたす整数 p, q, r の組は $(p, q, r) =$ コ である。

〔Ⅱ〕関数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - |x| + 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の概形を描け。
- (2) 傾きが 2 で曲線 $y = f(x)$ に接する直線を L とする。また、点 $(-2, 1)$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を M とする。 L と M の方程式をそれぞれ求めよ。
- (3) 2つの直線 L, M の交点の座標を求めよ。
- (4) 2つの直線 L, M および曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 O を原点とする座標空間において、辺 OA と辺 BC の長さが等しい四面体 $OABC$ を考える。ベクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ の大きさをそれぞれ a, b, c とする。また、点 G を $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ で定めるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ を a, b, c を用いて表せ。
- (2) 四面体 $OABC$ の 4 つの面をなす 4 つの三角形が互いに合同であるとき、内積 $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OA}$ と、ベクトルの大きさ $|\overrightarrow{OG}|$ をそれぞれ a, b, c を用いて表せ。
- (3) 四面体 $OABC$ の 4 つの面をなす 4 つの三角形が互いに合同であるとき、ベクトルの大きさ $|\overrightarrow{AG}|$ を a, b, c を用いて表せ。
- (4) 四面体 $OABC$ の 4 つの面をなす 4 つの三角形が互いに合同であるとき、四面体 $OABC$ に外接する球の中心を表す位置ベクトルと半径をそれぞれ求めよ。

以下余白