

2013年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～11ページ
世界史	13～30ページ
政治・経済	31～41ページ
数学	43～44ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (7) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (8) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) k を定数とする。O を原点とする座標平面上にある直線 $L: y = -x + k$ と円 $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$ が異なる 2 点 A, B で交わっている。このとき, k の値の範囲は ア $< k <$ イ である。円 C が直線 L を切り取る弦 AB の長さを, k の式として表すと ウ となり, $\triangle OAB$ の面積は エ となる。また, $k =$ オ のとき, $\triangle OAB$ は正三角形となり, このとき $\triangle OAB$ の面積は カ となる。

- (2) n を 1 以上の整数とし, 数列 $\{a_n\}$ に対して $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく。
 $a_1 = 1, 4S_n = (n+3)a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つとする。このとき, $a_2 =$ キ であり, また a_{n+1} を a_n と n を用いて表すと $a_{n+1} =$ ケ である。 n を用いて, 一般項は, $a_n =$ ケ であり, $\sum_{k=1}^n \frac{k+2}{a_k} =$ コ となる。

〔Ⅱ〕 関数 $f(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x \leq 3$ のとき $t = x^2 - 3x$ のとり得る値の範囲を求めよ。
 (2) 関数 $f(x)$ を t の式で表せ。
 (3) $0 \leq x \leq 3$ において, 関数 $f(x)$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ。
 (4) k を実数とする。 $0 \leq x \leq 3$ において, 方程式 $f(x) = k$ の互いに異なる実数解の個数が 2 個となるための k の条件を求めよ。

〔Ⅲ〕 N を 1 以上の整数とする。 N の約数の和が、その整数の 2 倍になるときその整数 N を完全数という。その例の 1 つとして $N = 28$ が知られている。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 28 の約数をすべて求めよ。また 28 が完全数であることを示せ。
- (2) 異なる 2 つの素数 a, b に対して、この 2 つの数の積 $N = ab$ で表される完全数をすべて求めよ。
- (3) $x \geq 2$ のとき、不等式 $1 < \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x - 1} \leq 7$ が成り立つことを示せ。
- (4) 異なる 2 つの素数 c, d に対して、この 2 つの数を用いて作られる数 $N = c^2d$ で表される完全数をすべて求めよ。
- (5) 異なる 2 つの素数 e, f に対して、この 2 つの数を用いて作られる数 $N = e^2f^2$ で表される完全数が存在しないことを示せ。