

2016年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数 学

日 本 史	1～12ページ
世 界 史	13～27ページ
政治・経済	29～47ページ
数 学	49～50ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (5) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (6) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (7) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (8) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔 I 〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) a を実数とする。3 辺の長さがそれぞれ $a-1$, a , $a+1$ となる三角形が存在するとき、 a の値の範囲は ア である。この三角形が鈍角三角形となる a の値の範囲は イ である。 $a =$ ウ のとき、1 つの内角が $\frac{2\pi}{3}$ となる三角形である。このとき三角形の外接円の半径は エ であり、内接円の半径は オ である。
- (2) k を実数とし、 $f(x) = x^4 + kx^2 + 1$ とおく。曲線 $C_1: y = f(x)$ の点 $P(1, f(1))$ における接線 ℓ の方程式は $y =$ カ である。直線 ℓ は、 k の値によらず定点 (キ) を通る。 k の値の範囲が ク のとき、曲線 C_1 と直線 ℓ との共有点の個数は 3 となる。このとき、この 3 つの共有点を通る 3 次関数で定義される曲線のうち、 x^3 の係数が 1 である曲線 C_2 は $y =$ ケ で表される。 $k = -7$ のとき、 ℓ と C_2 で囲まれた 2 つの部分の面積の差の絶対値は コ である。

〔 II 〕 数列 $\{a_n\}$ を漸化式

$$a_1 = -1, \quad a_{n+1} = a_n - 3n + \frac{1}{2^{n-1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。第 n 項 a_n に対して、 a_n を超えない最大の整数を b_n 、また c_n を $c_n = a_n - b_n$ より定める。ここで実数 x に対し x を超えない最大の整数とは、 $N \leq x < N+1$ を満たす整数 N とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, b_2, b_3 の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。
- (3) $n \geq 3$ のとき、数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項をそれぞれ n を用いて表せ。
- (4) 正の整数 n に対して、数列 $\{d_n\}$ を $d_n = \sum_{k=1}^n b_k c_k$ で定める。数列 $\{d_n\}$ の第 n 項を n を用いて表せ。

〔Ⅲ〕 r を $r > 1$ である定数とする。 O を原点とする座標平面上において、点 $P(a, b)$ は、原点 O を除く円 $C: (x - r)^2 + y^2 = r^2$ 上を動くとする。点 P に対して点 $Q(p, q)$ は、 $OP \times OQ = 1$ を満たし、3点 O, P, Q は一直線上にあり、 $p > 0$ であるとする。また点 Q に対して、点 $R(p, -q)$ を考える。このとき次の問いに答えよ。

- (1) p, q をそれぞれ a, b を用いて表せ。
- (2) 点 P が円 C 上を動くとき、点 R の軌跡を r を用いて表せ。
- (3) 2点 P, R の距離 d を a, r を用いて表せ。
- (4) r が $r^2 > \frac{1}{4}(2 + \sqrt{5})$ を満たすとき、2点 P, R の距離 d の最小値とそのときの a の値を r を用いて表せ。