

2019年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～14ページ
世界史	15～26ページ
政治・経済	27～40ページ
数学	43～44ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済……………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。
- (5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (7) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔 I 〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) 各項が整数である数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を以下を満たすように定める。

$$a_n + \sqrt{2}b_n = (1 - \sqrt{2})^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ここで, a_{n+1} , b_{n+1} を a_n , b_n を用いて表すと, u , v を定数として,

$$a_{n+1} = a_n + u b_n, \quad b_{n+1} = v a_n + b_n$$

となる。ただし, $u =$ ア , $v =$ イ である。また,

$$c_n = \frac{a_{n+1} - \sqrt{2}b_{n+1}}{a_n - \sqrt{2}b_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義される数列 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n =$ ウ である。また, 数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ エ である。さらに,

$$d_n = a_n^2 - 2b_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義される数列 $\{d_n\}$ の一般項は $d_n =$ オ である。

- (2) 数直線上を動く点 P がはじめに原点 O の位置にある。1 個のさいころを 6 回投げて, 順に 1 回目, 2 回目, $\dots$, 6 回目とし, 各回, 次の操作を行う。

1 回目は出た目の数だけ P を正の方向に動かす。2 回目以降は, 各回, 出た目の数とその 1 つ前に投げたときに出た目の数より小さければ, 出た目の数だけ P を正の方向に動かし, そうでないなら動かさない。以下において, 確率は既約分数で表すこととする。

3 回目に P を 1 以上動かす確率は カ である。2 回目に P を 1 以上動かし, 3 回目に P を動かさない確率は キ である。

1 回目から 3 回目までのすべてで 1 の目が出たとき, 6 回目の操作の結果, 点 P の座標が 1 である確率は ク である。

6 回目の操作の結果, 点 P の座標が 1 である確率は ケ であり, 点 P の座標が 23 である確率は コ である。

[II] $0 < m < 3$ とする。1 次関数 $f(x) = m(x+3)$ ，3 次関数 $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ について， xy 平面上の直線 $L: y = f(x)$ と曲線 $C: y = g(x)$ の 3 つの共有点を $P(p, f(p))$ ， $Q(q, f(q))$ ， $R(r, f(r))$ ($p < q < r$) とする。また，曲線 C と線分 PQ で囲まれた領域を D_1 とし，その面積を $S_1(m)$ とする。同様に，曲線 C と線分 QR で囲まれた領域を D_2 とし，その面積を $S_2(m)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) p, q, r を求めよ。
- (2) 点 (x, y) が領域 D_2 内またはその境界線上を動くとき， $-8x + y$ の最小値を求めよ。
- (3) $2S_1(m) = S_2(m)$ となるとき， m の値を求めよ。

[III] 原点を O とする座標平面上に点 $A(1, 0)$ と点 $B(0, 1)$ をとり， x 軸上に点 $P(p, 0)$ ($p > 1$) をとる。線分 OA 上に点 Q を $\angle PBQ = 45^\circ$ となるようにとり， $\angle OBQ = \theta$ とする。さらに，点 A を通る x 軸に垂直な直線と線分 BP の交点を R とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\tan \theta$ と線分 AR の長さをそれぞれ p を用いて表せ。
- (2) $\frac{p}{p+1} = t$ とおく。 $AQ + AR$ を t を用いて表せ。
- (3) 点 P が $p > 1$ を満たしながら x 軸上を動くとき， $AQ + AR$ の最大値とそのときの p の値を求めよ。
- (4) 点 P を中心とする半径 AP の円を C とする。直線 QR は円 C に接することを示せ。

以下余白

