

2019年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～13ページ
世界史	15～37ページ
政治・経済	39～55ページ
数学	57～58ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3 箇所
世界史……………3 箇所
政治・経済……………3 箇所
数 学……………表面に2 箇所、裏面に1 箇所、計3 箇所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答用紙には氏名の記入欄が1 箇所ある。正確、明瞭に記入すること。
- (5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (7) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔 I 〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) n 個の 2 変量データ (x_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) がある。 $n \geq 2$ とし、 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) は互いに異なるとする。 x_i と y_i に対して関数 $y = ax + b$ より得られる値 $ax_i + b$ と y_i との差の 2 乗和を n で割った

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{y_i - (ax_i + b)\}^2$$

を最小にする a, b を求めることにする。 R を a と b について展開した展開式の各項の係数を、 x の平均値 $\bar{x}$ と分散 s_x^2 、 y の平均値 $\bar{y}$ と分散 s_y^2 および x, y の共分散 s_{xy} を用いて表すと、

$$R = b^2 + 2\bar{x}ab + \left(\text{ア} \right) a^2 - 2\bar{y}b - 2 \left(\text{イ} \right) a + \text{ウ}$$

となる。この式の右辺を、まず b について平方完成し、次に a について平方完成することにより、 R を最小にする a, b は $\bar{x}, \bar{y}, s_x^2, s_{xy}$ を用いて $a = \text{エ}$, $b = \text{オ}$ と求めることができる。

- (2) 1 個のさいころを 3 回投げたとき、目の出方について以下の条件を満たす場合はそれぞれ何通りであるか調べる。ただし、出た目の数を投げた順に a, b, c とする。 $a \leq b \leq c$ となるのは 通りである。また、 $\log_{(a+1)} b \geq c$ となるのは 通りであり、 $\log_{(a+1)} b = c - 1$ となるのは 通りである。また、2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解が、重解となるのは 通りであり、異なる 2 つの整数となるのは 通りである。

〔 II 〕 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ があるとする。数列 $\{a_n\}$ は初項 1, 公差 2 の等差数列である。数列 $\{b_n\}$ を次のように第 k 群には k 個の数が入るものとして群に分ける。

$$\begin{array}{ccccccc} b_1 & | & b_2, b_3 & | & b_4, b_5, b_6 & | & b_7, b_8, b_9, b_{10} & | & b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{14}, \dots \\ \text{第 1 群} & & \text{第 2 群} & & \text{第 3 群} & & \text{第 4 群} & & \text{第 5 群} & & \dots \end{array}$$

このとき、数列 $\{b_n\}$ の第 n 項 b_n が第 k 群の最初から数えて i 番目 ($1 \leq i \leq k$) であるとする、 $b_n = a_k + a_i$ である。次の問いに答えよ。

- (1) 第 k 群は数列 $\{b_n\}$ の第何項から第何項までか、 k を用いて表せ。また、第 k 群に入るすべて数の和 S_k を求めよ。
- (2) b_{10}, b_{22}, b_{39} を求めよ。
- (3) $b_n = 10$ を満たす n をすべて求めよ。また、数列 $\{b_n\}$ において数 60 は何回出てくるか。
- (4) m を自然数とする。数列 $\{b_n\}$ において、ちょうど m 回出てくる数を m を用いて表せ。

〔 III 〕 原点を O とする座標平面上に、2 つの定点 $A(3, 0)$, $B(1, 2)$ と動点 $P(p, q)$ をとる。また、点 P を通り直線 OA に垂直な直線と直線 OA の共有点を C , 点 P を通り直線 OB に垂直な直線と直線 OB の共有点を D , 点 P を通り直線 AB に垂直な直線と直線 AB の共有点を E とし、 $\triangle CDE$ の面積を S とする。ただし、3 点 C, D, E が 1 つの直線上にある場合は $S = 0$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}$ を p, q を用いてそれぞれ表せ。
- (2) S を p, q を用いて表せ。
- (3) $S = 0$ を満たしながら点 P が座標平面上を動くときの点 P の軌跡を求め、座標平面上に $\triangle OAB$ と共に図示せよ。
- (4) 点 P が $\triangle OAB$ の内部を動くときの S の最大値とそのときの点 P の座標を求めよ。

以下余白

