

2020年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～12ページ
世界史	13～36ページ
政治・経済	37～52ページ
数学	55～56ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。
- (5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (7) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔Ⅰ〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

(1) $a_1 = 0, a_2 = 6, a_{n+2} - 8a_{n+1} + 7a_n = 0 \ (n = 1, 2, 3, \dots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。 $a_5 =$ ア であり、 a_n の一般項は イ であり、 a_n は 0 以上の整数である。 a_{145} は ウ 桁の整数であり、最高位の数は エ、一の位の数は オ である。なお、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451$ である。

(2) t を正の実数とし、関数 $f(x) = x^2 - x - (1+t)|x|$ について考える。曲線 $C: y = f(x)$ 上の点 $P(p, f(p)) \ (p < 0)$ における接線 L が点 $Q(q, f(q)) \ (q > 0)$ においても曲線 C に接している。 p, q を t を用いて表すと $p =$ カ、 $q =$ キ である。また、接線 L の方程式を x, y, t を用いて表すと ク である。このとき、線分 PQ の長さ ℓ は t を用いて表すと ケ であり、線分 PQ と曲線 C で囲まれた部分の面積を S とすると、 $\frac{S}{\ell^3} =$ コ である。

〔Ⅱ〕 原点を O とする座標平面において、原点 O を中心とする半径 1 の円を C とし、円 C 上に 4 点 $A_1 (1, 0), A_2 (0, 1), A_3 (-1, 0), A_4 (0, -1)$ をとる。この 4 点を頂点とする正方形を S_1 とする。次に、点 $A_j \ (j = 1, 2, 3, 4)$ を原点 O を中心として $\theta \ (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ だけ正の向きに回転して得られる円 C 上の点を $B_j \ (j = 1, 2, 3, 4)$ とし、この 4 点を頂点とする正方形を S_2 とおく。2 つの正方形 S_1 と S_2 との共通部分の面積を $f(\theta)$ とする。線分 $A_1 A_2$ と線分 $B_1 B_2$ との交点を P とし、線分 $A_2 A_3$ と線分 $B_1 B_2$ との交点を Q とする。次の問いに答えよ。

- (1) 線分 PQ の長さ ℓ を θ を用いて表せ。
- (2) $\triangle OPQ$ の面積を θ を用いて表せ。
- (3) $f(\theta)$ を θ を用いて表せ。
- (4) $f(\theta) \ (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ の最小値を求めよ。

〔Ⅲ〕 k を 0 以上の整数とする。 $x + y + z = k$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y, z) 全体のつくる集合を D_k , また, D_k に含まれる整数の組の個数を d_k とする。 D_0 は $(0, 0, 0)$ のみからなり, $d_0 = 1$ であり, D_1 は $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$ からなり, $d_1 = 3$ である。次の問いに答えよ。

- (1) d_k を k を用いて表せ。
- (2) $x + y + z \leq k$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y, z) の個数を k を用いて表せ。
- (3) D_k の中で, $4x + 2y + z = 2020$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y, z) の個数を e_k とする。 e_k の最大値とそのときの k の値をすべて求めよ。

以下余白

