

2020年度 入学試験問題

日本史 世界史 政治・経済 数学

日本史	1～9ページ
世界史	11～23ページ
政治・経済	25～42ページ
数学	45～46ページ

注 意

- (1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。
- (2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。
- (3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……………3か所
世界史……………3か所
政治・経済………3か所
数 学……………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。
- (4) 解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。
- (5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- (6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。
- (7) 問題紙を解体して使用してはならない。
- (8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。
- (9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数 学

〔Ⅰ〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ を定義域とする関数 $f(\theta) = \log_{\sin \theta}(\cos 2\theta)$ を考える。
 θ が $f(\theta) > 2$ を満たすときの $\sin \theta$ の値の範囲は ア $< \sin \theta <$ イ であり、 θ が $f(\theta) = 3$ を満たすときの $\sin \theta$ の値は ウ である。

- (2) 1 から 9 の番号がついた 9 個の異なる玉を 3 組に分ける。
 1) 2 個, 3 個, 4 個の 3 組に分ける分け方は エ 通りである。また、どの組も玉の個数が 2 個以上になるように、9 個の異なる玉を 3 組に分ける分け方は オ 通りである。
 2) 3 組を A 組, B 組, C 組と区別し、番号が 1, 2, 3 の 3 個の玉が互いに異なる組に入るように分ける分け方は カ 通りである。

- (3) 関数 $f(x) = x^3$ とし、実数 p, q は $p+q \neq 0$, $pq \neq 0$, $p \neq q$ であるとする。座標平面上の曲線 $C: y = f(x)$ 上に 2 点 $P(p, f(p))$, $Q(q, f(q))$ をとり、点 P における曲線 C の接線と点 Q における曲線 C の接線の交点を R とする。点 R の座標は p, q を用いて (キ, ク) と表される。

- 1) $p > 2$ の範囲で $p+q=2$ を満たしながら点 P と点 Q が動くとき、点 R の軌跡は $y =$ ケ ($x > \frac{4}{3}$) となる。
 2) $p > q > 0$ のとき、曲線 C と線分 PR および線分 QR で囲まれた部分の面積 S は p, q を用いて $S = \frac{(p-q)^3}{12(p+q)} \left(\text{コ} \right)$ と表される。

〔 II 〕 a, b, c を実数の定数とする。 x の 4 次式 $f(x)$ と 2 次式 $g(x)$ を

$$f(x) = x^4 - 2ax^3 + 4bx^2 - 2ax + 1, \quad g(x) = x^2 - 2ax + c$$

とすると、次の問いに答えよ。

- (1) $a = 4, b = \frac{9}{2}$ とする。関数 $f(x)$ の極大値を求めよ。
- (2) 2 次方程式 $g(x) = 0$ が異なる 2 つの 2 以上の解を持つための条件を a, c を用いて表せ。
- (3) $x > 0$ とする。 $t = x + \frac{1}{x}$ のとりうる値の範囲を求めよ。また、 $\frac{f(x)}{x^2}$ を t を用いて表せ。
- (4) 4 次方程式 $f(x) = 0$ が、異なる 4 つの正の解を持つための条件を a, b を用いて表し、 ab 平面上に図示せよ。

〔 III 〕 実数 p は $1 < p < 2$ を満たすとする。1 辺の長さが 1 の正三角形 OAB において、辺 OA を $p : 2-p$ に内分する点を C 、点 C を通り直線 OA に垂直な直線と直線 OB の交点を D 、直線 AB と直線 CD の交点を E とする。さらに、点 D を通り直線 AB に垂直な直線と点 E を通り直線 OB に垂直な直線の交点を F とし、 $\triangle OAB$ の重心を G とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ として、次の問いに答えよ。

- (1) 線分 OC と線分 OD の長さを p を用いてそれぞれ表せ。
- (2) $\overrightarrow{OE}$ 、 $\overrightarrow{OF}$ を $p, \vec{a}, \vec{b}$ を用いてそれぞれ表せ。
- (3) 3 点 C, F, G は 1 つの直線上にあることを示せ。
- (4) 四角形 $BECG$ の面積 $S(p)$ を p を用いて表せ。
- (5) $1 < p < 2$ において、(4) で求めた $S(p)$ の最大値とそのときの p の値を求めよ。

以下余白

2

4

7

7

8

10

10

10

11

11

12

12

13

14

14

