地歴・公民・数学　103

2024年度　入学試験問題

日本史　世界史　政治・経済　数学

注　意

(1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。

(2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。

(3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
　日本史…………3か所
　世界史…………3か所
　政治・経済……3か所
　数　学…………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。

(4) 解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。

(5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。

(6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。

(7) 問題紙を解体して使用してはならない。

(8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。

(9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

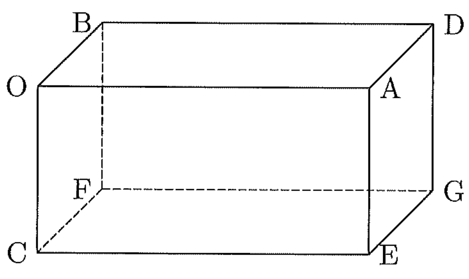
数　学

〔Ⅰ〕次の $\boxed{}$ に適する数または式を，解答用紙の同じ記号の付いた $\boxed{}$ の中に記入せよ。

(1) n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ は，$a_1 = -100$, $a_{n+1} = a_n + 4$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ をみたすとする。また数列 $\{S_n\}$, $\{T_n\}$ を $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$, $T_n = \sum_{j=1}^{n} (-1)^j a_j$ とおく。n を用いて，それぞれ $a_n = \boxed{\text{ア}}$, $S_n = \boxed{\text{イ}}$ となる。また，n を用いて $T_{2n} = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) x, y, z を整数とする。$0 \leqq x \leqq y \leqq z$, かつ $x + y + z = 9$ をみたす (x, y, z) の組は $\boxed{\text{エ}}$ 通りである。紫玉 3 個，白玉 9 個があり，これらを円形につなげてブレスレットを作る方法は $\boxed{\text{オ}}$ 通りである。ただし，回転したり裏返ししたりして玉の並び方が同じになる配置は 1 通りと考える。

(3) 空間内の直方体 OADB–CEGF において，OA $= 3$, OB $= 2$, OC $= 2$ とする。辺 CE を 1 : 2 に内分する点を P，辺 BF の中点を Q とする。 2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ との内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ は $\boxed{\text{カ}}$，△OPQ の面積は $\boxed{\text{キ}}$ である。3 点 O，P，Q が定める平面 α 上に点 H があり，直線 DH が平面 α に垂直であるとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = s\overrightarrow{\mathrm{OP}} + t\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ をみたす実数 s, t について，s の値は $s = \boxed{\text{ク}}$ である。よって，四面体 OPQD の体積は $\boxed{\text{ケ}}$ となる。また，直線 DH と面 CEGF を含む平面との共有点を J とおくと，四面体 OPQJ の体積は $\boxed{\text{コ}}$ となる。



103

〔 II 〕 xy 平面において，連立不等式

$$x \leqq 6, \qquad y \leqq 4, \qquad 2x + 7y + 23 \geqq 0, \qquad 7x + 2y + 13 \geqq 0$$

の表す領域を D とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき，$3x + y$ がとる値の最大値および最小値と，そのときの x，y の値を求めよ。

(3) 点 (x, y) が領域 D を動くとき，$x^2 - 2x + y$ がとる値の最大値および最小値と，そのときの x，y の値を求めよ。

〔 III 〕 a を 1 とは異なる正の定数とし，t を実数とする。xy 平面において，曲線 $y = x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(t, t^2)$ における接線を L_t とする。また，点 $(a, 1)$ を Q_a とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) 直線 L_t を表す方程式を求めよ。

(2) 線分 PQ_a と直線 L_t が垂直となるような t がちょうど 2 個存在するときの a の値を a_0 とおく。a_0 を求めよ。またこのとき，線分 PQ_{a_0} と直線 L_t が垂直となる 2 つの t の値 t_1，t_2 を求めよ。ただし，$t_1 < t_2$ とする。

(3) (2) で定めた a_0，t_1，t_2 に対して，(t_1, t_1^2) を P_0 とおく。$\mathrm{Q}_{a_0}(a_0, 1)$ を中心，線分 $\mathrm{Q}_{a_0}\mathrm{P}_0$ を半径とする円と曲線 $y = x^2$ の共有点が，ちょうど 2 個存在することを示せ。さらに，その 2 個の共有点のうち，P_0 以外の点を R_0 とする。R_0 の座標を求めよ。

(4) (3) で定めた P_0，R_0 に対して，線分 $\mathrm{P}_0\mathrm{R}_0$ と曲線 $y = x^2$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

以下余白