2024年度　入学試験問題

日本史　世界史　政治・経済　数学

日　本　史……1～13ページ
世　界　史……15～27ページ
政治・経済……29～43ページ
数　　学……45～46ページ

注　意

(1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。

(2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。

(3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……3か所
世界史……3か所
政治・経済……3か所
数　学……表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。

(4) 解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。

(5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。

(6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。

(7) 問題紙を解体して使用してはならない。

(8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。

(9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数　　学

〔Ⅰ〕次の $\boxed{}$ に適する数または式を，解答用紙の同じ記号の付いた $\boxed{}$ の中に記入せよ。

(1) 1 辺の長さが 8 である正方形 ABCD を底面とする四角錐 O–ABCD について OA = OB = OC = OD = 6 が成り立つとき，四角錐 O–ABCD の高さは $\boxed{\text{ア}}$ である。四角錐 O–ABCD に内接する球の半径は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 次の方程式を考える。

$$\log_2(2x+8) - \log_2(-x) = 1 + \log_2(-1-x)$$

この方程式に含まれるすべての対数の真数が正となるような x の範囲は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，この方程式の解は $x = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 等差数列 $\{a_n\}$ は $a_5 = 18$，$a_{10} = 43$ を満たす。この数列 $\{a_n\}$ の一般項を n を用いて表すと $a_n = \boxed{\text{オ}}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ である。また，等比数列 $\{b_n\}$ の一般項を $b_n = 2^n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とする。2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ に共通に含まれる数を小さいほうから順に並べてできる数列を $\{c_m\}$ とする。このとき，数列 $\{c_m\}$ の第 2 項は $c_2 = \boxed{\text{カ}}$ である。数列 $\{c_m\}$ の一般項を m を用いて表すと $c_m = \boxed{\text{キ}}$ $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ である。

(4) 白玉 4 個，赤玉 2 個が入っている袋がある。この袋から玉を 1 個だけ取り出して玉の色を調べてからもとに戻すという試行を考える。この試行を 3 回続けて行うとき，赤玉がちょうど 2 回出る確率は $\boxed{\text{ク}}$ であり，白玉が 2 回以上出る確率は $\boxed{\text{ケ}}$ である。この試行を 4 回続けて行うとき，4 回目で 3 度目の赤玉あるいは 3 度目の白玉が出る確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。

〔 II 〕 n を 2 以上の整数とする。変量 x の n 個の値 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ からなるデータがあり，その平均値を $\overline{x}$，分散を s_x^2 で表す。$i = 1, 2, \cdots, n$ のとき，x_i の平均値からの偏差 $x_i - \overline{x}$ を d_i で表す。また，$j = 1, 2, \cdots, n$ のとき，n 個の値 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ からなるデータから j 番目の数 x_j だけをのぞいた $n-1$ 個の値からなるデータの平均値，分散をそれぞれ y_j，z_j で表す。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $j = 1, 2, \cdots, n$ のとき，y_j を n，$\overline{x}$，d_j を用いて表せ。

(2) n 個の値 $y_1, y_2, \cdots, y_n$ からなるデータの平均値を $\overline{y}$ とする。このとき，$\overline{y} = \overline{x}$ が成り立つことを示せ。

(3) n 個の値 $y_1, y_2, \cdots, y_n$ からなるデータの分散 s_y^2 を n，s_x^2 を用いて表せ。

(4) $j = 1, 2, \cdots, n$ のとき，z_j を n，s_x^2，d_j を用いて表せ。

(5) n 個の値 $z_1, z_2, \cdots, z_n$ からなるデータの平均値を $\overline{z}$ とする。このとき，$\overline{z} = \dfrac{n(n-2)}{(n-1)^2} s_x^2$ が成り立つことを示せ。

〔 III 〕 p を正の実数とする。x の 3 次関数を $f(x) = x^3 + px^2 - p^2x - p^3$ とおき，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C と x 軸で囲まれる部分の面積を p を用いて表せ。

(2) $f(x)$ の極小値 s を p を用いて表せ。また，方程式 $f(x) = s$ のすべての解 x を p を用いて表せ。

(3) $-1 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の最小値を $m(p)$ とする。$m(p)$ を求めよ。

(4) p が $p > 0$ の範囲を動くとき，$m(p)$ の最大値を求めよ。また，$m(p)$ を最大にする p の値を求めよ。

以下余白