2024年度　入学試験問題

日本史　世界史　政治・経済　数学

日　本　史……1～12ページ
世　界　史……13～27ページ
政治・経済……29～42ページ
数　　学……45～46ページ

注　意

(1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。

(2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。

(3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史……3か所
世界史……3か所
政治・経済……3か所
数　学……表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。

(4) 解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。

(5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。

(6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。

(7) 問題紙を解体して使用してはならない。

(8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。

(9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数　　学

〔Ⅰ〕次の $\boxed{}$ に適する数または式を，解答用紙の同じ記号の付いた $\boxed{}$ の中に記入せよ。

(1) 空間内のへこみのない多面体について，辺の数を e，面の数を f，頂点の数を v とすると，e, f, v の1次式 $\boxed{\text{ア}}$ は，多面体の種類によらず一定の値2をとる。これをオイラーの多面体定理とよぶ。1辺の長さが1である正四面体の体積は $\boxed{\text{イ}}$ である。またこの正四面体に内接する球の体積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) xy 平面上の曲線 $C : y = 2x^3 - 4x^2$ を考える。t, k を実数とする。点 $\mathrm{P}(t, 2t^3 - 4t^2)$ における曲線 C の接線 ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{エ}}$ である。この接線 ℓ が点 $\mathrm{Q}(2, k)$ を通るとき，k を t で表すと $k = \boxed{\text{オ}}$ である。したがって，点 $\mathrm{Q}(2, k)$ を通り，曲線 C に接する直線が2本以上引けるような k の値の範囲は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(3) すべての実数 x に対して $\sin(3x + T) = \sin(3x)$ をみたす正の定数 T のうち，最小のものは $\boxed{\text{キ}}$ である。$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ で定義された関数 $y = \dfrac{\sin(4x)}{\cos x \sin x} - \dfrac{\sin(3x)}{\sin x} - \dfrac{\sin(2x)}{\sin x}$ を考える。$t = \cos x$ として y を t の2次式で表すと $y = \boxed{\text{ク}}$ となる。これを用いると，y の最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，最小値を与える x の値を x_0 とおくと，$\sin x_0 = \boxed{\text{コ}}$ である。

〔 II 〕 p，q を $0 < p < 2$，$q > 0$ をみたす実数とする。xy 平面上において，3 点 O$(0,0)$，A$(2,0)$，P(p,q) で作られる △OAP の外接円の中心，つまり外心を C とし，△OAP の垂心を H とする。さらに，点 C と点 H の y 座標をそれぞれ c，h とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 C の x 座標の値を求めよ。また c の値を p，q を用いて表せ。

(2) 点 H の座標を p，q を用いて表せ。

(3) $c \neq 0$ とする。x 軸に関して点 H と対称な点を K とおき，点 K の y 座標を k とおく。$\dfrac{q+k}{c}$ の値が，p，q の値によらず一定となることを示し，その値を求めよ。

(4) 3 点 O，A，K を通る円の中心の座標を p，q を用いて表せ。

〔 III 〕 n を 2 以上の自然数とする。平面上において，円周上に相異なる n 個の点 P_1，P_2，P_3，$\cdots$，P_n をとり，すべての 2 点間を結び $\dfrac{1}{2}n(n-1)$ 本の線分を作る。ただし，円周を除いた円の内部で，どの 3 本以上の線分も 1 点で交わることはないとする。これら $\dfrac{1}{2}n(n-1)$ 本の線分が，円の内部を a_n 個の部分に分けるとする。例えば $n = 2$ のときは，P_1，P_2 を結んだ線分によって，円の内部が 2 つの部分に分割されるので，$a_2 = 2$ である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) a_3 と a_4 の値を求めよ。

(2) 4 点 P_1，P_2，P_3，P_4 に新たな点 P_5 を加えることによりいくつの部分が増えるかを考えることで，$a_5 - a_4$ の値を求めよ。

(3) $n \geqq 4$ のとき，$a_{n+1} - a_n$ を n を用いて表せ。

(4) $n \geqq 2$ のとき，a_n を n を用いて表せ。

以下余白