地歴・公民・数学　107

2024年度　入学試験問題

日本史　世界史　政治・経済　数学

注　意

(1)　日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。

(2)　解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。

(3)　解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史…………3か所
世界史…………3か所
政治・経済……3か所
数　学…………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。

(4)　解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。

(5)　解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。

(6)　問題紙の余白は計算に使用してもよい。

(7)　問題紙を解体して使用してはならない。

(8)　試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。

(9)　試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

数　　　学

〔Ｉ〕次の $\boxed{}$ に適する数または式を，解答用紙の同じ記号の付いた $\boxed{}$ の中に記入せよ。

(1) $x+1$ を因数にもつ整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると 5 余るとき，$P(1)$ の値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，$P(-1)$ の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。また，$P(x)$ を x^2-1 で割った余りは $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $f(x)$ は 3 次の整式で表された関数で，次の等式

$$3x^4+2x^3-2x^2+xf(x)=\int_1^x f(t)dt$$

を満たす。このとき，$f(1)$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。また，$f(x)=$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

(3) 関数 $y=\cos\left(2x+\frac{5}{6}\pi\right)\cos\left(2x-\frac{2}{3}\pi\right)$ $\left(0\leqq x\leqq\frac{\pi}{4}\right)$ について，$y=0$ を満たす x の値は $\boxed{\text{カ}}$ であり，y が最小値をとるときの x の値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(4) 変量 x の m 個の値 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ からなるデータがある。$m\geqq 2$，$d>0$ として，$i=1,2,\cdots,m-1$ のとき $x_i=a$ であり，$i=m$ のとき $x_i=a+d$ である。このデータの平均値 $\overline{x}$ は m，a，d を用いて表すと $\overline{x}=$ $\boxed{\text{ク}}$ であり，分散 s^2 は m，d を用いて表すと $s^2=$ $\boxed{\text{ケ}}$ である。また，$i=1,2,\cdots,m$ のとき，このデータの標準偏差 s を用いて x_i の標準得点 z_i を $z_i=\dfrac{x_i-\overline{x}}{s}$ により定める。このとき，z_{m-1} と z_m の積の値は $z_{m-1}z_m=$ $\boxed{\text{コ}}$ である。

107

〔 II 〕 xyz 空間の 4 点 O$(0,0,0)$，A$(3,0,0)$，B$(0,4,0)$，C$(0,4,3)$ を頂点とする四面体 OABC を考える。△ABC，△OBC，△OCA，△OAB の重心をそれぞれ P，Q，R，S とおく。四面体 OABC，四面体 PQRS に内接する球の中心をそれぞれ I，J とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 四面体 OABC の体積を求めよ。

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$，$|\overrightarrow{\mathrm{PR}}|$，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ の値をそれぞれ求めよ。また，四面体 PQRS の体積を求めよ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OI}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を用いて表せ。

(4) 線分 IJ の長さを求めよ。

〔 III 〕 座標平面上の，x 軸に接する円 $C_0, C_1, C_2, \cdots$ を (i) から (iii) のように定める。

(i) 円 C_0 は，$x^2+(y-1)^2=1$ とする。

(ii) 円 C_1 は，y 軸に接し，中心 P_1 の x 座標が正であり，C_0 と外接する。

(iii) $n=2,3,4,\cdots$ のとき，円 C_n は，2 つの円 C_0，C_{n-1} の両方と外接し，かつ，x 軸および C_0，C_{n-1} に囲まれた領域に含まれる。

$n=1,2,3,\cdots$ のとき，円 C_n の中心 P_n の x 座標を a_n とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $X>0$ とする。点 $\mathrm{P}(X,Y)$ を中心とする円 C は，x 軸に接し，C_0 と外接する。このとき，Y を X を用いて表せ。

(2) a_1 の値を求めよ。

(3) $n=1,2,3,\cdots$ のとき，a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(4) $n=1,2,3,\cdots$ のとき，a_n の逆数を b_n とする。b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(5) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

以下余白