理系数学　204

# 2025年度　入 学 試 験 問 題

# 数　　学

**注　意**

(1)　**解答用紙**は(一)と(二)のそれぞれ１枚ずつである。

(2)　受験番号の記入欄は，解答用紙(一)，(二)のそれぞれ表面に２か所，裏面に１か所ある。合計６か所とも正確・明瞭に記入すること。

(3)　氏名の記入欄は，解答用紙(一)，(二)の表面にそれぞれ１か所ある。合計２か所とも正確・明瞭に記入すること。

(4)　解答はすべて**解答用紙の所定の箇所**に記入すること。
問題〔Ⅰ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅰ〕の欄に記入。
問題〔Ⅱ〕の解答は解答用紙(一)の〔Ⅱ〕の欄に記入。
問題〔Ⅲ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅲ〕の欄に記入。
問題〔Ⅳ〕の解答は解答用紙(二)の〔Ⅳ〕の欄に記入。

(5)　問題紙の本文は２ページである。

(6)　問題紙の余白は計算に使用してもよい。

(7)　問題紙を切り離して使用してはならない。

(8)　試験開始後，問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。

(9)　試験終了後，問題紙は各自持ち帰ること。

余 白

余白

〔 I 〕 次の $\boxed{\phantom{ア}}$ に適する数または式を，解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{\phantom{ア}}$ の中に記入せよ．

(1) A，B の 2 つのチームが試合を行い，先に 2 連勝したチームを優勝とする．1 回の試合で A が勝つ確率は $\dfrac{2}{3}$ で，引き分けは起こらないものとする．このとき，2 試合目で優勝が決まる確率は $\boxed{\text{ア}}$ であり，4 試合目が終了した時点でまだ優勝が決まらない確率は $\boxed{\text{イ}}$ である．また，2 以上の自然数 $n$ に対し，$n$ 試合目で A が優勝する確率を $p_n$ とする．このとき，自然数 $m$ に対し，$p_{2m}$，$p_{2m+1}$ を $m$ の式で表すと，$p_{2m} = \boxed{\text{ウ}}$，$p_{2m+1} = \boxed{\text{エ}}$ である．したがって，$\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} p_n = \boxed{\text{オ}}$ である．

(2) $i$ を虚数単位とする．複素数平面上で，方程式 $|z+2i|+|z-2i| = 6$ を満たす点 $z$ 全体の集合が表す図形を $C$ とする．このとき，$C$ 上の点 $z$ を実数 $x, y$ を用いて $z = x+yi$ と表すと，$\dfrac{x^2}{\boxed{\text{カ}}} + \dfrac{y^2}{\boxed{\text{キ}}} = 1$ が成り立つ．したがって，$C$ は楕円である．また，$C$ 上の点 $z$ に対し，点 $w$ を $w = z^2$ で定め，実数 $u$，$v$ を用いて $w = u + vi$ と表すと，$\dfrac{(u + \boxed{\text{ク}})^2}{\boxed{\text{ケ}}} + \dfrac{v^2}{\boxed{\text{コ}}} = 1$ が成り立つ．したがって，点 $z$ が $C$ 上を動くとき，点 $w$ もまた楕円を描く．

〔 II 〕 原点を O とする座標平面上に，曲線 $C : \dfrac{(x-1)^2}{2} + y^2 = 1\ (y > 0)$ と点 A$(2, 0)$ がある．$C$ 上の点 P$(p, q)$ に対し，点 P における $C$ の接線を $\ell$ とする．点 A を通って $\ell$ に垂直な直線を $m$ とし，$m$ と直線 OP との交点を Q とする．次の問いに答えよ．

(1) 接線 $\ell$ の傾きを $k$ とする．$kq$ を $q$ を含まない $p$ の式で表せ．

(2) 点 Q の $x$ 座標を，$q$ を含まない $p$ の式で表せ．

(3) 線分 OQ の長さを求めよ．

(4) 点 P が $C$ 上を動くとき，点 Q の軌跡を $D$ とする．$D$ と $y$ 軸，直線 $y = x$ で囲まれてできる図形の面積を求めよ．

〔 III 〕 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 36 \int_0^x e^{\sqrt{2}\,t} \sin t \sin 3t \, dt$$

とおく．次の問いに答えよ．

(1) $\cos(3x - x)$ および $\cos(3x + x)$ の加法定理を考えることで，等式 $\sin x \sin 3x = \alpha \cos 2x + \beta \cos 4x$ がすべての実数 $x$ に対して成り立つような定数 $\alpha$，$\beta$ を求めよ．

(2) $m$，$k$ を定数とする．関数 $g(x) = me^{kx} \sin mx + ke^{kx} \cos mx$ の導関数 $g'(x)$ を計算せよ．

(3) 等式 $f(x) = A + e^{\sqrt{2}x}(B \cos 2x + C \sin 2x + D \cos 4x + E \sin 4x)$ がすべての実数 $x$ に対して成り立つような定数 $A$，$B$，$C$，$D$，$E$ を求めよ．

(4) $\gamma = e^{\frac{\sqrt{2}}{3}\pi}$ とする．$0 \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最大値および最小値を $\gamma$ の多項式で表せ．ただし，必要であれば $4 < \gamma < 5$ であることを証明なしに用いてよい．

〔 IV 〕 $c$ を $0$ でない実数とし，次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある．

$$a_1 = c, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = \begin{cases} \dfrac{a_{n+1} + 1}{a_n} & (n\text{ が奇数のとき}) \\[2ex] \dfrac{(a_{n+1})^2 + 1}{a_n} & (n\text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 関数 $y = x + \dfrac{2}{x}$ $(x < 0)$ の最大値とそのときの $x$ の値を求めよ．

(2) $a_6$，$a_7$，$a_8$ を $c$ を用いて表せ．

(3) $c$ が $c < 0$ の範囲を動くとき，$S_6$ の最小値とそのときの $c$ の値を求めよ．

(4) $a_{2025}$ を $c$ を用いて表せ．

(5) $c$ が $c < 0$ の範囲を動くとき，$S_{2025}$ の最小値を求めよ．

以下余白