

平成10年度 数 学

この問題冊子は次の問題からなる。

①, ②, ③, ④, ⑤ (⑤— a , ⑤— b の選択問題), ⑥ (⑥— a , ⑥— b の選択問題)

以下の指示に従って解答すること。

教育学部の受験者は①, ②, ⑤, ⑥の4問

理学部

医学部

工学部

農学部

の受験者は③, ④, ⑤, ⑥の4問

ただし,

⑤は⑤— a , ⑤— b のいずれか一方を,

⑥は⑥— a , ⑥— b のいずれか一方を

選択して解答すること。

注 意 事 項

- 1 解答はすべて指定の番号の解答用紙に記入すること。
- 2 ⑤, ⑥については, 選択した問題の記号 (a または b) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。
- 3 問題紙の余白は草稿紙として使用してよい。

旧教育課程履修者に対する注意事項

旧教育課程履修者に対する独自の出題はありません。

定円 O 内の定点 P を通る直径を AB とする。円周上に A, B と異なる点 C をとる。 C, P を通る弦を CD とする。

$$(1) \quad \frac{\triangle CBD}{\triangle CAD} = \frac{BC \cdot BD}{AC \cdot AD} \text{ を示せ。}$$

ただし、三角形 CAD, CBD の面積をそれぞれ $\triangle CAD, \triangle CBD$ と表す。

$$(2) \quad \frac{\triangle CBD}{\triangle CAD} = \frac{BP}{AP} \text{ を示せ。}$$

$$(3) \quad \angle BOC = \alpha, \angle BOD = \beta \quad (0^\circ < \alpha < 180^\circ, 0^\circ < \beta < 180^\circ)$$

とするとき、 $\tan \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\beta}{2}$ は C のとり方によらず一定であることを示せ。

2

2 次関数 $f(x)$ が次の関係をみたしている。

$$f'(x)f(x) = 2f'(x) - 3f(x) + 2x^3 - 6x + 2$$

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフと原点を通る直線とで囲まれる部分の面積が $\frac{9}{2}$ であるという。この直線の方程式を求めよ。

関数 $f_n(x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を次式で定める。

$$\begin{cases} f_0(x) = 1 \\ f_n(x) = 1 + \int_0^x \{f_{n-1}(t) + tf'_{n-1}(t)\} dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

- (1) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ を求めよ。
- (2) $f_n(x)$ を推定し、それを数学的帰納法によって証明せよ。
- (3) $F_n(t) = \int_0^t f_n(x) dx$ とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 F_n(t) dt$ を求めよ。

4

- (1) 関数 $f(x) = 3x^3 - \log(3ex^3)$ ($x > 0$) の増減を調べ、極値を求めよ。
ただし、対数は自然対数であり、 e は自然対数の底である。

- (2) 連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 1 \\ \log(3ex^3) \leq y \leq 3x^3 \end{cases}$$

の表す領域 D を図示せよ。

- (3) D の面積 S を求めよ。

5 (選択問題)

5 - **a** , **5** - **b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号 (**a** または **b**) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

5 - **a**

実数 a に対し $[a]$ は a 以下の整数のなかで最大のものを表す。たとえば $[2.6] = 2$, $[3] = 3$, $[-1.6] = -2$ である。

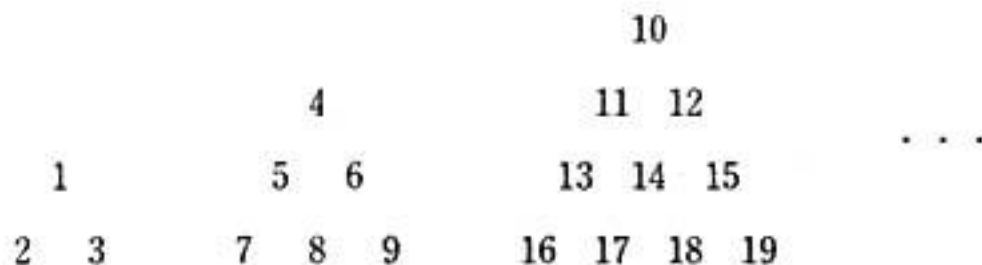
- (1) 関数 $y = [x]$ のグラフをかけ。
- (2) 不等式

$$[x]^2 - 8[x - 0.5] + 7 < 0$$

をみたす x の範囲を求めよ。

5 - b

正の整数を1から順に、2段、3段、4段、 $\cdots$ の三角形に図のように並べる。各三角形では上段から下段へ、各段では左から右へと並べることとする。 n 番目の三角形の最上段にある数を a_n とする。



- (1) a_n を n を用いて表せ。
- (2) a_n が81で割り切れる最小の n を求めよ。

6

(選択問題)

6—**a**, **6**—**b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号 (**a** または **b**) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

6**a**

右の図の $ABCD-EFGH$ は 1 辺の長さが 1 の立方体を示し, P, Q はそれぞれ辺 DH, EF 上の点であって,

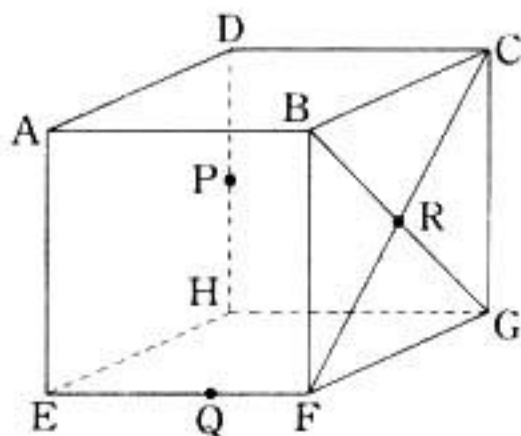
$$PH = s, EQ = \frac{2}{3}$$

とする。また, R は対角線 CF と BG の交点とする。

$$\overrightarrow{EF} = \vec{k}, \overrightarrow{EH} = \vec{l}, \overrightarrow{EA} = \vec{m}$$

とする。

- (1) $\overrightarrow{PR}, \overrightarrow{QR}$ を $\vec{k}, \vec{l}, \vec{m}$ で表せ。
- (2) $\overrightarrow{PR}$ と $\overrightarrow{QR}$ が直交するときの s の値を求めよ。
- (3) 三角形 DQR の面積を求めよ。



6 – **b**

- (1) z を複素数とする。 $3 + \frac{i}{2}$ の共役複素数を $\bar{z}$ を用いて表せ。
- (2) $\left(3 + \frac{i}{z}\right)^4 \left(3 - \frac{i}{z}\right)^2 = 8i$ をみたす複素数 z をすべて求めよ。