

この問題冊子は次の問題からなる。

①, ②, ③, ④, ⑤ (⑤— a , ⑤— b の選択問題), ⑥ (⑥— a , ⑥— b の選択問題)

以下の指示に従って解答すること。

教育学部	}	の受験者は ①, ②, ⑤, ⑥ の4問
農学部		
理学部	}	の受験者は ③, ④, ⑤, ⑥ の4問
医学部		
工学部		

ただし,

⑤は⑤— a , ⑤— b のいずれか一方を,

⑥は⑥— a , ⑥— b のいずれか一方を

選択して解答すること。

注意事項

- 1 解答はすべて指定の番号の解答用紙に記入すること。
- 2 ⑤, ⑥については, 選択した問題の記号 (a または b) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。
- 3 問題紙の余白は草稿紙として使用してよい。

A 君と B 君が持っている 100 円硬貨の枚数をそれぞれ x_1, x_2 とし, 50 円硬貨の枚数をそれぞれ y_1, y_2 とする。硬貨の枚数 x_1, x_2, y_1, y_2 は 0 以上の整数で,

$$\begin{cases} x_1 + y_1 + x_2 + y_2 \leq 100 \\ |x_1 - y_1 + x_2 - y_2| \leq 30 \end{cases}$$

をみたすとする。

- (1) 2 人が持っている 100 円硬貨と 50 円硬貨の合計金額を S 円とする。 S の最大値を求めよ。
- (2) S が最大になるとき, x_1, x_2, y_1, y_2 の値のとり方は何通りあるか。

2

2 次関数 $f(x)$ は $f(1) = f'(0) = 0$ をみたし、曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積は 12 であるとする。 $f(x)$ を求めよ。

3

次の2つの条件(A), (B)をみたす2次関数 $f(x)$ を求めよ。

(A) すべての1次関数 $g(x)$ に対して $\int_{-1}^1 f(x) g(x) dx = 0$ である。

(B) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積は4である。

4

$$f(x) = x \sin \frac{x}{2} \quad (-2\pi \leq x \leq 2\pi) \text{ とする。}$$

- (1) 点 $(\pi, f(\pi))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) 接線 ℓ と曲線 $y = f(x)$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。

5

(選択問題)

5 — **a** , **5** — **b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号 (a または b) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

5 — **a**

整数 n に対して, $P(n) = n^3 - n$ とする。

- (1) $P(n)$ は 6 の倍数であることを示せ。
- (2) n が奇数ならば $P(n)$ は 24 の倍数であることを示せ。
- (3) $P(n)$ が 48 の倍数となる偶数 n をすべて求めよ。

5 - b

数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ がある。すべての正の整数 k に対して

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k = \frac{k}{2} (a_1 + a_k)$$

が成り立つとする。

(1) $d = a_2 - a_1$ とおくとき、 a_3 を a_1 と d を用いて表せ。

(2) 数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ は等差数列であることを数学的帰納法によって証明せよ。

6—**a**, **6**—**b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号 (**a** または **b**) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

6—**a**

平面上の3つのベクトル $\vec{p} = (1, 0)$, $\vec{a} = (r \cos \alpha, r \sin \alpha)$, $\vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$ に対して $\vec{p} + \vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ が成り立つとする。ただし, $r > 0$, $0^\circ < \alpha < \beta < 360^\circ$ である。

- (1) r を β を用いて表せ。
- (2) $\alpha < 180^\circ < \beta$, $\beta - \alpha < 180^\circ$ であることを示せ。
- (3) 原点を O とし, $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ となるように点 P , A , B をとる。三角形 PAB の面積を β を用いて表せ。

6 - b

複素数 a, b, c は連立方程式

$$\begin{cases} a - ib - ic = 0 \\ ia - ib - c = 0 \\ ac = 1 \end{cases}$$

をみたすとする。

(1) a, b, c を求めよ。

(2) 複素数平面上の点 z が原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、

$$w = \frac{bz + c}{az}$$

で定まる点 w の軌跡を求めよ。