

連立不等式

$$\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を A とする。また、 a を正の定数とし、不等式

$$x - y - a + 1 \leq 0$$

の表す領域を B とする。

- (1) 領域 A を図示せよ。
- (2) 2つの領域 A と B の共通部分 $A \cap B$ の面積 S を a を用いて表せ。
- (3) (2)における S が領域 A の面積の $\frac{1}{2}$ となるときの a の値を求めよ。

2

2つの放物線

$$y = 3x^2 + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -x^2 + 1 - c^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

の両方に接する2直線を l , m とする。ただし, c は正の定数である。

- (1) 2直線 l , m の方程式を求めよ。
- (2) 2直線 l , m と放物線①で囲まれた部分の面積を S_1 とし, 2直線 l , m と放物線②で囲まれた部分の面積を S_2 とする。比 $S_1 : S_2$ を求めよ。

3

次の問いに答えよ。

(1) $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ であることを示せ。ただし、必要があれば、加法定理を用いてもよい。

(2) a は定数で、 $0 \leq a < 2\pi$ とする。 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数

$$y = \sin x + \sin(x - a)$$

の最大値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

4

$\log$ は自然対数とし、自然対数の底を e で表す。関数

$$f(x) = 2x - x \log x \quad (x > 0)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減、そのグラフの凹凸を調べ、グラフの概形をかけ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ であることは証明なしに用いてよい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(e^2, f(e^2))$ における接線 l の方程式を求めよ。また、 $y = f(x)$ の接線のうち、直線 l に直交する直線 m の方程式を求めよ。
- (3) (2)における 2 直線 l, m と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

5 (選択問題)

5 — **a** , **5** — **b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号 (**a** または **b**) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

5 — **a**

次の問いに答えよ。

(1) $a^5 + b^5 - a^3b^2 - a^2b^3$ を因数分解せよ。

(2) $a > 0$, $b > 0$ のとき, 不等式

$$\left| \frac{a}{b} \sqrt{a} - \frac{b}{a} \sqrt{b} \right| \geq \left| \sqrt{a} - \sqrt{b} \right|$$

が成り立つことを示せ。また, 等号が成り立つのはどのようなときか。

5 — b

自然数の列を次のように第 n 番目の群が $2n - 1$ 個の数を含むように分ける。

(1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), ………

第 n 番目の群の最初の数を p_n で表す。

- (1) 数列 $\{p_n\}$ の漸化式を作れ。
- (2) p_n を求めよ。
- (3) 第 n 番目の群の第 k 番目の数を n, k を用いて表せ。
- (4) 871 は第何番目の群の第何番目の数か。

6 (選択問題)

6 — **a** , **6** — **b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号 (a または b) を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

6 — **a**

a を実数, z を複素数, i を虚数単位とし, 複素数平面上で a , z , i を表す点をそれぞれ A, B, C とする。△ABC が AB を斜辺とする直角二等辺三角形となるときの, 次の問いに答えよ。

- (1) z を a を用いて表せ。
- (2) $\arg z = 120^\circ$ となる z を求めよ。
- (3) (2) のように z を定めたとき, △ABC の面積を求めよ。

6—b

xyz 座標空間において、 $\triangle ABC$ の重心は原点に一致し、頂点 A , B の座標はそれぞれ $(1, 1, 1)$, $(2, -2, -2)$ であるとする。

- (1) 頂点 C の座標を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (3) 頂点 C を通り $\triangle ABC$ を含む平面に垂直な直線と xy 平面との交点の座標を求めよ。