

連立不等式

$$\begin{cases} y \leq 4 - 2|x - 1| \\ y \geq 2|x - 1| \end{cases}$$

の表す領域を A とする。また、不等式

$$y \geq 4x^2$$

の表す領域を B とする。

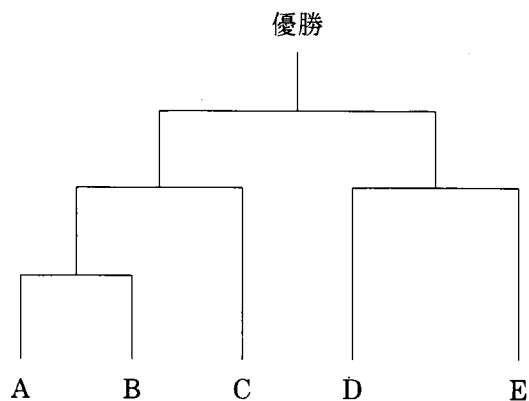
- (1) 領域 A を図示せよ。
- (2) 2つの領域 A と B の共通部分 $A \cap B$ を図示し、その面積 S を求めよ。

A, B, C, D, Eの5チームが下の表にしたがってトーナメント形式で試合を行う。試合には引き分けはないものとし、勝敗の確率について次の(ア), (イ), (ウ)がわかっている。

- (ア) B, C, Dの3チームの実力は互角である。
 (イ) AチームはB, C, Dの各チームに $\frac{1}{3}$ の確率で勝つ。
 (ウ) EチームはB, C, Dの各チームに $\frac{2}{3}$ の確率で勝つ。

このとき次の問いに答えよ。

- (1) Aチームが決勝戦に進出する確率を求めよ。
 (2) CチームとDチームが対戦する確率を求めよ。
 (3) Dチームが優勝する確率を求めよ。
 (4) B, C, Dのいずれかのチームが優勝する確率を求めよ。



トーナメント表

3

曲線 $y = \sqrt{2x-1}$ を C とし, C 上の点の中で点 $A(6, 0)$ からの距離が最小となるものを P とする。

- (1) 点 P の座標と線分 AP の長さを求めよ。
- (2) 点 P における曲線 C の接線 l の方程式を求めよ。
- (3) (2)で求めた接線 l と曲線 C および x 軸とで囲まれる部分を図示し, その面積 S を求めよ。

(1) 関数 $f(x) = x - \sin 2x$ の $0 \leq x \leq \pi$ における最大値と最小値を求めよ。

(2) 定積分 $\int_0^\pi x \cos \frac{x + \pi}{4} dx$ を求めよ。

(3) m を整数とし, $x > 1$ に対して $g(x) = \int_1^x t^m dt$ と定義する。

(a) $g(x)$ を求めよ。

(b) $x \rightarrow \infty$ のとき, $g(x)$ の収束, 発散について調べよ。

5 (選択問題)

5 — **a** , **5** — **b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号(aまたはb)を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

5 — **a**

$f(n) = \frac{1}{6}n^3 + an^2 + bn$ とおく。定数 a, b は $0 \leq a < 1, 0 \leq b < 1$ をみたし、 $f(-1), f(1)$ は共に整数であるとする。

- (1) 上の条件をみたす (a, b) の組をすべて求めよ。
- (2) すべての整数 n に対して $f(n)$ は整数であることを示せ。

5 — **b**

p, q を正の定数とし、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{pa_n}{a_n + q} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定義する。

- (1) 数列 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}$ が等差数列をなすとき、 q を p を用いて表せ。
- (2) p, q が (1) で求めた関係式をみたすとき、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

6 (選択問題)

6 — **a** , **6** — **b** のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号(a または b)を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

6 — **a**

$\triangle OAB$ において、辺 OA 、 OB の中点をそれぞれ L 、 M とし、 MA と LB の交点を E とする。 $\angle AEB = \theta$ 、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{MA} = \vec{p}$ 、 $\overrightarrow{LB} = \vec{q}$ とおく。

- (1) $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を $\vec{p}$ 、 $\vec{q}$ を用いて表せ。
- (2) $MA = LB$ 、 $OA \perp OB$ のとき、 $\cos \theta$ を求めよ。
- (3) $MA = 1$ 、 $LB = 2$ 、 $\theta = 120^\circ$ のとき、 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

$$\boxed{6} - \boxed{b}$$

$z = a + bi$, $w = iz + \frac{1}{iz}$ とおく。ただし, i は虚数単位, a, b は実数で, $a \neq 0$ をみたすとする。

- (1) w の虚部を a と b を用いて表せ。
- (2) w が実数となるような点 z 全体の描く図形を複素数平面上に表せ。
- (3) w が実数で, z の偏角が 30° であるとき,

$$(iz)^{17} + \frac{1}{(iz)^{17}}$$

の値を求めよ。