

平成24年度 数 学

問題の選択方法

- 教育学部, 農学部, 工学部環境建設工学科社会デザインコースの受験者は,
[1], [2], [3], [4] の4問
 - 理学部, 工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)の受験者は,
[4], [5], [6], [7], [8] の5問
 - 医学部の受験者は,
[4], [6], [7], [8], [9] の5問
- を解答すること。

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 18 ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答は, すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。やむをえない場合は, 解答用紙の裏も使用してよい。ただし, 裏を使用する場合は, その旨を解答用紙の表に明記し, 裏に書かれた指示に従って解答すること。
- 4 問題冊子の余白は下書きに使用してよい。

1

(教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{1}{2 + \sqrt{3} + \sqrt{7}}$ の分母を有理化せよ。
- (2) 方程式 $4x^2 - 3x + k = 0$ の 2 つの解が $\sin \theta$, $\cos \theta$ で与えられるとき、定数 k の値を求めよ。
- (3) 関数 $y = 4^x - 2^{x+2} + 1$ の $-1 \leq x \leq 3$ における最大値と最小値を求めよ。
- (4) 直方体の各面にさいころのように 1 から 6 までの目書かれている。この直方体を投げて、1, 6 の目が出る確率はともに p であり、2, 3, 4, 5 の目が出る確率はいずれも q である。この直方体を 1 回投げて、出た目の数を得点とする。このとき、得点の期待値は p, q の値によらずに一定であることを示せ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

2

(教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が条件

$$S_n = 4n - 3a_n$$

を満たすとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 初項 a_1 を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を求めよ。
- (3) $a_n > \frac{35}{9}$ となる最小の自然数 n を求めよ。ただし、必要ならば $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ として計算してよい。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

3

(教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 $y = x^2 + 2x - 3$ と直線 $y = 2x + 4$ の交点の座標を求めよ。
- (2) 次の連立不等式で表される領域を D とする。領域 D を図示し、その面積を求めよ。

$$\begin{cases} y \geq x^2 + 2x - 3 \\ y \leq 2x + 4 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

- (3) 点 (x, y) が (2) の領域 D を動くとき、 $x + 2y$ のとりうる値の範囲を求めよ。

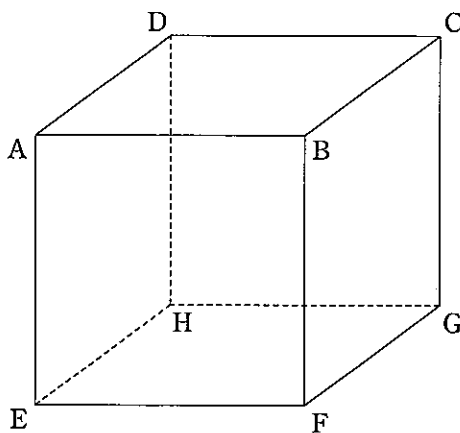
(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

4

(教育学部・農学部・理学部・工学部・医学部)

図のような1辺の長さを1とする立方体 $ABCD-EFGH$ を考える。線分 AH と線分 ED の交点を K とする。さらに、辺 CG を $3:1$ に内分する点を L とし、辺 EF を $p:1-p$ に内分する点を M とする。ただし、 $0 < p < 1$ である。また、 $\vec{a} = \vec{EF}$, $\vec{b} = \vec{EH}$, $\vec{c} = \vec{EA}$ とおく。



- (1) $\vec{KL}$ および $\vec{KM}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) $\vec{KL}$ と $\vec{KM}$ が垂直になるような p の値を求めよ。
- (3) 直線 KL と面 $EFGH$ を含む平面との交点を Q とする。
 - (i) 線分 EQ の長さを求めよ。
 - (ii) $\triangle EKQ$ の面積を求めよ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

5

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く))

次の問いに答えよ。

(1) a, b を実数で, $a \neq 0$ とする。 $c = \frac{2+3ai}{a-bi}$ が純虚数のとき, b と c の値を求めよ。

(2) 定積分 $\int_0^{2\pi} \left| x \cos \frac{x}{3} \right| dx$ を求めよ。

(3) 直方体の各面にさいころのように 1 から 6 までの目がかかれている。この直方体を投げて, 1, 6 の目が出る確率はともに p であり, 2, 3, 4, 5 の目が出る確率はいずれも q である。この直方体を 1 回投げて, 出た目の数を得点とする。このとき, 得点の期待値は p, q の値によらずに一定であることを示せ。

(4) 座標平面上の曲線

$$x = 2 \cos \theta + 1, y = 3 \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

で囲まれた図形を x 軸の回りに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

6

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = [\sqrt{n-1}] \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。ただし、 $[x]$ は x を越えない最大の整数を表す。また、自然数 n に対して

$$S(n) = \sum_{k=1}^{n^2} a_k$$

とおく。

(1) a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 の値を求めよ。

(2) $a_n = 5$ となる n はいくつあるか。

(3) $S(n)$ を求めよ。

(4) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{n^3}$ を求めよ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

7

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ に対して

$$X = -\frac{1}{5}(A - 2E), \quad Y = \frac{1}{5}(A + 3E)$$

とおく。ただし、 E は 2 次の単位行列とする。

- (1) XY, YX, X^2, Y^2 を計算せよ。
- (2) $A = aX + bY$ を満たす実数 a, b を求めよ。
- (3) 自然数 n に対して A^n を求めよ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

8

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

実数 a は $a > e$ を満たすとし、曲線 $y = \log x$ 上の点 $A(a, \log a)$ における接線を ℓ とする。

- (1) ℓ と y 軸との交点を B とし、 ℓ と x 軸との交点を C とする。 B と C の座標を求めよ。
- (2) ℓ と x 軸、 y 軸で囲まれた部分の面積を $S_1(a)$ とし、曲線 $y = \log x$ と x 軸および直線 $x = a$ で囲まれた部分の面積を $S_2(a)$ とする。 $S_1(a)$ と $S_2(a)$ を求めよ。
- (3) $T(a) = S_2(a) - S_1(a)$ とおく。 $e^2 \leq a \leq e^3$ における $T(a)$ の最大値と最小値を求めよ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

次の問いに答えよ。

- (1) 33^{20} を 90 で割ったときの余りを求めよ。
- (2) 正六角形 ABCDEF において、辺 CD の中点を P とする。また、 $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{e}$ とおく。このとき、 $\overrightarrow{FP}$ を $\vec{c}$, $\vec{e}$ を用いて表せ。
- (3) 袋の中に 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれた 10 個の玉が入っている。
この袋から同時に 3 個の玉を取り出す。このとき、取り出された玉の 3 つの数を 3 辺の長さとする三角形が存在する確率を求めよ。

(下書き用紙)