

(前期日程)

平成 25 年度 数 学

問題の選択方法

- 教育学部, 農学部, 工学部環境建設工学科社会デザインコースの受験者は,
[1], [2], [3], [4] の 4 問
- 理学部, 工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)の受験者は,
[4], [5], [6], [7], [8] の 5 問
- 医学部の受験者は,
[6], [7], [8], [9], [10] の 5 問

を解答すること。

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 20 ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答は, すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。やむをえない場合は, 解答用紙の裏も使用してよい。ただし, 裏を使用する場合は, その旨を解答用紙の表に明記し, 裏に書かれた指示に従って解答すること。
- 4 問題冊子の余白は下書きに使用してよい。

1

(教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

次の問いに答えよ。

- (1) θ が方程式

$$\cos 2\theta - 2 \sin \theta = \frac{1}{2}$$

を満たすとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。

- (2) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(2-x) < \log_{\frac{1}{4}}(2-x)$ を解け。

- (3) x の多項式 $x^4 - px + q$ が $(x-1)^2$ で割り切れるとき、定数 p, q の値を求めよ。

- (4) 空間内に 5 点 A, B, C, D, E があり、次の等式を満たしている。

$$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

$\overrightarrow{EB}$ を $\overrightarrow{EA}$ と $\overrightarrow{EC}$ を用いて表せ。ただし、 $\vec{0}$ は零ベクトルである。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

2

(教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

2つの直線 $l_1: y = -2x + 3$ と $l_2: y = 5$ の交点を A, l_2 と y 軸の交点を B とする。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) O を原点とする。3点 O, A, B を通る円の方程式を求めよ。
- (3) (2)で求めた円を C_1 とし, 円 $x^2 + y^2 = 4$ を C_2 とする。

- (i) 点 (α, β) が C_1 と C_2 の交点であるとき

$$\alpha - 5\beta + 4 = 0$$

が成り立つことを示せ。

- (ii) C_1 と C_2 の2つの交点を結ぶ線分の長さを求めよ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

3

(教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

$f(x) = x^2 - x$ とする。

- (1) 放物線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (2) (i) 関数 $y = f(x)$ と $y = 2|x|$ のグラフの共有点の座標を求めよ。
- (ii) 関数 $y = f(x)$ と $y = 2|x| + k$ のグラフの共有点の個数が 2 となる定数 k の値の範囲を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

4

(教育学部・農学部・理学部・工学部)

1 から 40 までの番号をつけた 40 枚のカードが 2 組ある。これら 80 枚のカードを袋に入れてよくかき混ぜて、同時に 3 枚を取り出すとき、次の確率を求めよ。

- (1) 3 つの番号がすべて 3 の倍数である確率
- (2) 3 つの番号の積が 3 の倍数である確率
- (3) 3 つの番号の和が 3 の倍数である確率

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

5

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く))

次の問いに答えよ。

- (1)
- i
- を虚数単位とする。等式

$$(1+i)^{14} = a + bi$$

を満たす実数 a, b の値を求めよ。

- (2)
- x
- の多項式
- $x^4 - px + q$
- が
- $(x-1)^2$
- で割り切れるとき、定数
- p, q
- の値を求めよ。

- (3)
- θ
- が方程式

$$\cos 2\theta - 2 \sin \theta = \frac{47}{50}$$

を満たすとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。

- (4) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x^2 + 4}) \sin 2x}{x^2}$$

- (5) 空間内に 5 点 A, B, C, D, E があり、次の等式を満たしている。

$$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

 $\overrightarrow{EB}$ を $\overrightarrow{EA}$ と $\overrightarrow{EC}$ を用いて表せ。ただし、 $\vec{0}$ は零ベクトルである。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

6

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 1, a_2 = 4, a_{n+2} = -a_{n+1} + 12a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $b_n = a_{n+1} - 3a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ とおく。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $c_n = a_{n+1} + 4a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

7 (理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

行列 $\begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{1}{4} \\ a & b \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換を f とする。 f は 3 点 $A(1, m)$, $B(0, 1)$, $C(m, -1)$ に対して、次の 2 つの条件 ①, ② を満たすものとする。ただし、 O は原点である。

- ① A の f による像は A 自身である
- ② B の f による像を B' とすると、 $\overrightarrow{BB'}$ と $\overrightarrow{OC}$ は垂直である

(1) a, b, m の値を求めよ。

(2) $P(x, y)$ を任意の点とし、 P の f による像を P' とする。 $\overrightarrow{PP'}$ と $\overrightarrow{OC}$ の内積を求めよ。

(3) 点 $Q(t, t^2 - 1)$ の f による像を Q' とする。 $|\overrightarrow{QQ'}|$ の値が最小となる実数 t の値を求めよ。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = \int_1^x \log t \, dt$$

$$g(x) = \int_1^x te^{t-1} \, dt$$

で定める。ただし、 $f(x)$ は $x > 0$ の範囲で考える。

- (1) $f(x)$, $g(x)$ を求めよ。
- (2) $x > 0$ のとき、 $g(x) > g(-x)$ が成り立つことを示せ。
- (3) 実数 a , b が $0 < a < b$ と $f(a) = f(b)$ を満たすとき、次の (i), (ii), (iii) が成り立つことを示せ。
 - (i) $a < 1 < b$
 - (ii) $g(\log a) = g(\log b)$
 - (iii) $ab < 1$

(下書き用紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

原点を O とする座標空間内に 3 点 A, B, C があり, 次の条件 ①, ②, ③, ④ を満たすとする。

- ① A は xy 平面上の点で $OA = 1$
- ② B, C は yz 平面上の点で, y 軸に関して対称である
- ③ $\triangle OAB$ は正三角形である
- ④ A, B, C は y 軸上にない

(1) B の y 座標を t とするとき, t がとり得る値の範囲を求めよ。

(2) 四面体 $OABC$ の表面積の最大値を求めよ。

(3) 表面積が最大となる四面体 $OABC$ を x 軸, y 軸, z 軸の周りに回転してできる立体の体積をそれぞれ V_x, V_y, V_z とするとき, V_x, V_y, V_z を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

10 (医学部)

1 から 40 までの番号をつけた 40 枚のカードが 2 組ある。これら 80 枚のカードを袋に入れてよくかき混ぜて、同時に 3 枚を取り出すとき、次の確率を求めよ。

- (1) 3 つの番号がすべて 3 の倍数である確率
- (2) 3 つの番号の積が 3 の倍数である確率
- (3) 3 つの番号の和が 3 の倍数である確率
- (4) 3 つの番号の積が 27 の倍数である確率

(下書き用紙)