

(前期日程)

平成 29 年度 数 学

問題の選択方法

- 教育学部(学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系を除く),
農学部, 工学部環境建設工学科社会デザインコースの受験者は

□1 □2 □4 □5 の 4 問

- 教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系の受験者は

□1 □3 □4 □5 の 4 問

- 理学部, 工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)の受験者は

□4 □5 □6 □7 □8 の 5 問

- 医学部の受験者は

□5 □6 □7 □8 □9 の 5 問

を解答すること。

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 9 ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は, すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。やむをえない場合は, 解答用紙の裏も使用してよい。ただし, 裏を使用する場合は, その旨を解答用紙の表に明記し, 裏に書かれた指示に従って解答すること。
- 5 問題冊子の余白は下書きに使用してよい。
- 6 解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1

(教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

次の問いに答えよ。

(1) 2つの集合

$$A = \{x \mid x \text{ は整数, } 1 \leq x \leq 1000\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ は } 30 \text{ と互いに素な自然数}\}$$

の共通部分 $A \cap B$ の要素の個数を求めよ。

(2) x, y を整数とすると、次の式を満たす整数 a, b を x, y を用いて表せ。

$$\frac{4^x \times 6^{x+y} \times 12^{x-y}}{16^x \times 9^{2x-3y}} = 2^a \times 3^b$$

(3) 1次不定方程式 $275x + 61y = 1$ のすべての整数解を求めよ。

(4) $\sin 75^\circ$ の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2

(教育学部(学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系を除く)・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

放物線 $y = -x^2 + x + 2$ を C とし, C と x 軸との2つの交点を A, B とする。ただし, A の x 座標は B の x 座標より小さいとする。また, 点 P は C 上を A から B まで動く。 P が A, B と異なるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle PAB$ の面積が最大になるとき, P の座標および $\triangle PAB$ の面積を求めよ。
- (2) 放物線 C と x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。 $\triangle PAB$ の面積が $\frac{S}{3}$ となる P の座標をすべて求めよ。
- (3) 直線 $y = -2x + 5$ を ℓ とする。 P と ℓ の距離が最小になるとき, P の座標および P と ℓ の距離を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3

(教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系)

次の問いに答えよ。

- (1) 複素数平面において、3点 $A(1+2i)$, $B(3+4i)$, $C(z)$ が正三角形の頂点となる複素数 z をすべて求めよ。ここで、 i は虚数単位である。

- (2) 2つの関数

$$f(x) = 2x + \sqrt{3} + 4\sin x \quad (0 \leq x \leq \pi),$$

$$g(x) = x + \sqrt{3} - 2\sin x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

がある。2曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および直線 $x = \pi$ で囲まれた部分を D とする。

- (i) 関数 $y = f(x)$ および $y = g(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸を調べ、 D を図示せよ。

- (ii) D の面積 S を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

4

(教育学部・農学部・理学部・工学部)

座標空間内に異なる4点 O, A, B, C がある。線分 OB, AB, AC, OC を $2:1$ に内分する点をそれぞれ K, L, M, N とする。

(1) $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{NM}$ を示せ。

(2) p, q を実数とし、点 O, A, B, C の座標をそれぞれ $(0, 0, 0), (4, 6, 0), (1, 1, 0), (p, 3, q)$ とする。

(i) $\overrightarrow{KM}$ および $\overrightarrow{LN}$ を p, q を用いて成分で表せ。

(ii) 四角形 $KLMN$ がひし形となるための必要十分条件を p, q の式で表せ。

(iii) 四角形 $KLMN$ が正方形となる p, q を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

5

(教育学部・農学部・理学部・工学部・医学部)

A, B, C の 3 人が以下の規則に従って試合を繰り返し行う。各試合において 2 人が対戦し、残りの 1 人は待機する。対戦ではどちらか一方が勝利し、引き分けはないものとする。

- ① 第 1 試合では、A と B が対戦し、C は待機する。
- ② 第 2 試合では、第 1 試合の勝者と C が対戦し、第 1 試合の敗者は待機する。
- ③ 同様に、第 $(n+1)$ 試合では、第 n 試合の勝者と第 n 試合で待機した者が対戦し、第 n 試合の敗者は待機する。

A と B が対戦したとき A が勝利する確率は $\frac{2}{3}$ 、B と C が対戦したとき B が勝利する確率は $\frac{1}{2}$ 、C と A が対戦したとき C が勝利する確率は $\frac{1}{3}$ である。第 n 試合において、A, B, C が待機する確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n とする。

- (1) 次の に適する数を、解答用紙の指定のところに記入せよ。

$$a_2 = \text{ア}, b_2 = \text{イ}, c_2 = \text{ウ}$$

$$c_3 = \text{エ}$$

$$a_{n+1} = \text{オ} \quad b_n + \text{カ} \quad c_n$$

$$b_{n+1} = \text{キ} \quad a_n + \text{ク} \quad c_n$$

$$c_{n+1} = \text{ケ} \quad a_n + \text{コ} \quad b_n$$

- (2) $b_n - c_n$ を n の式で表せ。

- (3) a_n を n の式で表せ。

- (4) b_n を n の式で表せ。

数学の試験問題は次に続く。

6

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

次の問いに答えよ。

(1) 極限

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x} - x}{x + 1}$$

を求めよ。

(2) $f(x) = \log_x 2$ ($x > 1$) を微分せよ。

(3) 定積分

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \log x}$$

を求めよ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項が

$$a_n = \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\}^{\frac{1}{n}}$$

であるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \log a_n$ を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

7

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ とおく。ここで、 i は虚数単位である。

- (1) α の絶対値 $|\alpha|$ および偏角 θ を求めよ。ただし、 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
- (2) $\beta = 2 \left(\cos \frac{2}{7}\pi + i \sin \frac{2}{7}\pi \right)$ とおき、 β , $\alpha\beta$, $\alpha^2\beta$ に対応する複素数平面上の点をそれぞれ P_1 , P_2 , P_3 とする。このとき、 $\triangle P_1P_2P_3$ の面積を求めよ。
- (3) $\gamma = -1 + 4\alpha$ とおき、 γ , γ^2 , γ^3 に対応する複素数平面上の点をそれぞれ Q_1 , Q_2 , Q_3 とする。
- (i) $\angle Q_2Q_1Q_3$ を求めよ。
- (ii) $\triangle Q_1Q_2Q_3$ の面積を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

8

(理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

 a を定数とし、

$$f(x) = x + a + 2 \sin x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

$$g(x) = x + a - 2 \sin x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

とおく。2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた部分を D とする。

- (1) 関数 $y = f(x)$ および $y = g(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸を調べよ。さらに, $a = \sqrt{3}$ のとき, D を図示せよ。
- (2) 曲線 $y = g(x)$ が x 軸と接しているとき, a の値を求めよ。このとき, D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

9 (医学部)

$$f(x) = \frac{\log x}{x^x} \quad (x > 0) \text{ とおく。}$$

- (1) $f(x)$ を微分せよ。
- (2) $f(x)$ が $x = a$ で極値をとるならば, $a < \sqrt{3}$ であることを示せ。
- (3) $\sqrt{3}^{(\sqrt{5}\sqrt{5})}$ と $\sqrt{5}^{(\sqrt{3}\sqrt{3})}$ の大小を比較せよ。