

1 実数 a, b, c は次の2条件をみたすとする.

$$(イ) \quad b^2 + c^2 = 2 - a^2 \qquad (ロ) \quad bc = a^2 + 2a + 1$$

- (1) $b + c$ を a を用いて表せ.
- (2) a の範囲を求めよ.
- (3) $S = abc$ の最大値と最小値を求めよ.

2 (選択問題) (Ⅰ), (Ⅱ)のいずれか一方を選択して解答せよ.

(Ⅰ) $z = \frac{1}{4} \{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i\}$ とする. ただし, i は虚数単位である.

- (1) z^2 の極形式を求めよ. (2) z^{13} の値を求めよ.

(Ⅱ) $A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sqrt{3} + 1 & 1 - \sqrt{3} \\ \sqrt{3} - 1 & \sqrt{3} + 1 \end{pmatrix}$ とする.

- (1) A^2 を $k \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ の形に表せ. ただし, $k > 0$ とする. (2) A^{13} を求めよ.

3 平面上に三角形 OAB と 3 点 P, Q, R があり,

$$\overrightarrow{AB} = (1+l)\overrightarrow{AP}, \quad \overrightarrow{BO} = (1+m)\overrightarrow{BQ}, \quad \overrightarrow{OA} = (1+n)\overrightarrow{OR}$$

をみたしている. ただし, l, m, n は実数である.

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表せ.

(2) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OR}, \overrightarrow{OQ}$ を用いて表せ.

(3) $lmn = -1$ のとき, 3 点 P, Q, R は一直線上にあることを示せ.

4 関数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + ax + b$ (a, b は実数) は, $x = \alpha$ で極大値 β をとり, $x = \beta$ で極小値 α をとる.

(1) a, b の値を求めよ.

(2) $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$ の値を求めよ.