

1 実数 a, b, c は次の2条件をみたすとする.

$$(イ) \quad b^2 + c^2 = 2 - a^2 \qquad (ロ) \quad bc = a^2 + 2a + 1$$

- (1) $b + c$ を a を用いて表せ.
- (2) a の範囲を求めよ.
- (3) $S = abc$ の最大値と最小値を求めよ.

2 (選択問題) (Ⅰ), (Ⅱ)のいずれか一方を選択して解答せよ.

(Ⅰ) $z = \frac{1}{4} \{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i\}$ とする. ただし, i は虚数単位である.

(1) z^2 の極形式を求めよ. (2) z^{13} の値を求めよ.

(Ⅱ) $A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sqrt{3} + 1 & 1 - \sqrt{3} \\ \sqrt{3} - 1 & \sqrt{3} + 1 \end{pmatrix}$ とする.

(1) A^2 を $k \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ の形に表せ. ただし, $k > 0$ とする. (2) A^{13} を求めよ.

- 3 平面上に三角形 OAB と 3 点 P, Q, R があり,

$$\overrightarrow{AB} = (1+l)\overrightarrow{AP}, \quad \overrightarrow{BO} = (1+m)\overrightarrow{BQ}, \quad \overrightarrow{OA} = (1+n)\overrightarrow{OR}$$

をみたしている。ただし, l, m, n は実数である。

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OR}, \overrightarrow{OQ}$ を用いて表せ。

(3) $lmn = -1$ のとき, 3 点 P, Q, R は一直線上にあることを示せ。

4 関数 $f(x) = e^{x-1}$, $g(x) = \log x + 1$ を考える.

- (1) 原点を通り, 曲線 $y = f(x)$ に接する直線 l の方程式を求めよ.
- (2) l は曲線 $y = g(x)$ に接することを示せ.
- (3) 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$, x 軸および y 軸で囲まれる図形の面積を求めよ.