

1 実数  $a, b, c$  は次の2条件をみたすとする.

(イ)  $b^2 + c^2 = 2 - a^2$

(ロ)  $bc = a^2 + 2a + 1$

- (1)  $b + c$  を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $a$  の範囲を求めよ.
- (3)  $S = abc$  の最大値と最小値を求めよ.

2 (選択問題) (Ⅰ), (Ⅱ)のいずれか一方を選択して解答せよ.

(Ⅰ)  $z = \frac{1}{4} \{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i\}$  とする. ただし,  $i$  は虚数単位である.

(1)  $z^2$  の極形式を求めよ. (2)  $z^{13}$  の値を求めよ.

(Ⅱ)  $A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sqrt{3} + 1 & 1 - \sqrt{3} \\ \sqrt{3} - 1 & \sqrt{3} + 1 \end{pmatrix}$  とする.

(1)  $A^2$  を  $k \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  の形に表せ. ただし,  $k > 0$  とする. (2)  $A^{13}$  を求めよ.

**3** 平面上に3定点  $O, A, B$  があり,  $|\overrightarrow{OA}| = 1, |\overrightarrow{OB}| = \sqrt{3}$ , 内積  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -1$  をみたしている. 同一平面上で  $\angle APB = 90^\circ$  となる動点  $P$  を考える.

- (1)  $\overrightarrow{OP} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}$  ( $s, t$  は実数) と表すとき,  $s$  と  $t$  の間の関係式を求めよ.
- (2) 三角形  $OPA$  の面積の最大値を求めよ.

4  $xy$  平面上に曲線  $C: y = 6x \cos 2x$  がある.

- (1) 曲線  $C$  上の点  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$  における接線  $l_1$  の方程式を求めよ.
- (2) 直線  $l_1$  に直交し, 点  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$  を通る直線  $l_2$  の方程式を求めよ.
- (3) 曲線  $C$ , 直線  $l_2$  および直線  $x = \frac{\pi}{2}$  によって囲まれる図形の面積を求めよ.