

1 x に関する 2 次方程式

$$x^2 - 2ax + b(1 - b) = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

について、次の問に答えよ。ただし、 a, b は実数とする。

- (1) 方程式①が、実数解をもつための、 a, b の満たすべき条件を求めよ。
- (2) 上で求めた条件を満たす点(a, b)の存在する領域を図示せよ。
- (3) 方程式①が重解をもつとき、 $4a + 3b$ のとる値の範囲を求めよ。

2

$\triangle ABC$ がある. 次の(イ), (ロ)の方法で, 点 $P_1, Q_1, P_2, Q_2, P_3, Q_3, \dots$ を順次定めるものとする.

(イ) 点 P_1 は辺 AB の中点とし, 点 Q_1 は線分 CP_1 の中点とする.

(ロ) P_n, Q_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) が定まったとき, P_{n+1} は線分 AQ_n の中点とし, Q_{n+1} は線分 CP_{n+1} の中点とする.

いま, $\overrightarrow{AQ_n} = a_n \overrightarrow{AB} + b_n \overrightarrow{AC}$ とおくとき, 次の問に答えよ.

- (1) a_1, b_1 の値を求めよ.
- (2) a_{n+1} を a_n で表せ. また, b_{n+1} を b_n で表せ.
- (3) 一般項 a_n および b_n を求めよ.
- (4) 点 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ は, 同一直線上にあることを示せ.

3 放物線： $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点 $P(1, \frac{1}{2})$ における接線を l とする。いま、 l が円 $C: (x - \frac{5}{2})^2 + y^2 = r^2$ に点 $Q(a, b)$ で接しているとき、次の問に答えよ。ここで、原点を O とし、円 C の中心を A 、線分 OA と円 C との交点を R と表す。

- (1) a, b および円 C の半径 r を求めよ。
- (2) 放物線の点 O から点 P までの部分、線分 PQ 、短い方の円弧 QR および線分 OR とで囲まれた部分の面積を求めよ。