

1

 x に関する二次方程式

$$x^2 - 2ax + b(1-b) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

について次の問に答えよ、ただし a, b は実数とする。

- (1) 方程式 $\textcircled{1}$ が実数解をもつための a, b の満たすべき条件を求めよ。
- (2) 上で求めた条件を満たす点 (a, b) の存在する領域を図示せよ。
- (3) 方程式 $\textcircled{1}$ が重解をもつとき、 $4a + 3b$ のとる値の範囲を求めよ。

2 複素数 α が $\alpha^3 = -4 + \sqrt{11}i$ を満たすとする. $c = \alpha + \bar{\alpha}$ とおくとき, 次の問に答えよ. ただし, $\bar{\alpha}$ は α に共役な複素数とする.

- (1) 絶対値 $|\alpha|$ の値を求めよ.
- (2) $c^3 - 9c$ の値を求めよ.
- (3) c のとりうる値をすべて求めよ.

3

1 個のサイコロを続けて投げていく。4 以下の目が出たら、そこで終了し、5 以上の目が出たら、さらに投げ続ける。

ただし、5 以上の目が出続けたとしても、最大 m 回で終了する。ここで m は 4 以上の自然数とする。

(1) 3 回以上投げる確率を求めよ。

(2) ちょうど 3 回だけ投げる確率を求めよ。

(3) ちょうど n 回だけ投げる確率を、 $n < m$ の場合と $n = m$ の場合について求めよ。

(4) 投げる回数の期待値を求めよ。

4 関数 $f(x) = -\log \frac{1-x}{x}$ について、次の問に答えよ。ただし、 $0 < x < 1$ とする。

(1) $f(a+x) = -f(a-x)$ が成り立つような a の値を求めよ。

(2) $y = f(x)$ の増減と凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。

(3) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} |f(x)| dx$ の値を求めよ。