

1

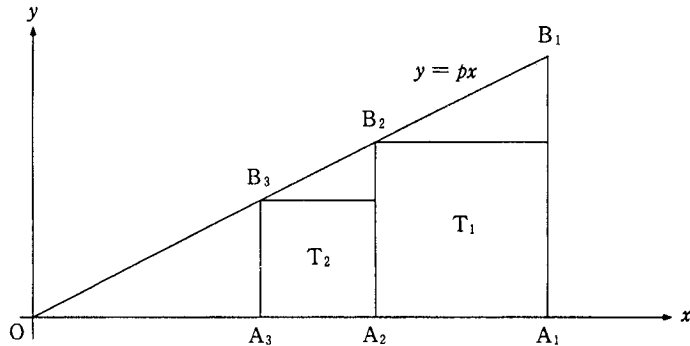
座標平面上に直線 $l: y = px$ と x 軸上の点 $A_1(a_1, 0)$, l 上の点 $B_1(a_1, pa_1)$ が与えられている. ただし $p > 0$, $a_1 > 0$ とする. いま $\triangle OA_1B_1$ の内部に A_2A_1 , A_2B_2 を 2 辺とする正方形 T_1 を, A_2 は x 軸上の点, B_2 は l 上の点であるように定める. 次に $\triangle OA_2B_2$ について同様のことを行い, A_3A_2 , A_3B_3 を 2 辺とする正方形 T_2 を定める. 以下同様の操作を行って点 A_n , B_n と正方形 T_n を順次定めてゆく. A_n の x 座標を a_n とするとき以下の問いに答えよ.

(1) a_n を p と a_1 と n を用いて表せ.

(2) T_n の面積を b_n とし, $S = \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ とおくとき

S を p と a_1 で表せ.

(3) $a_1 = 1 + \frac{1}{p}$ のとき, $\lim_{p \rightarrow \infty} S$ を求めよ.



2

実数係数の3次式 $P(x)$ を $x - 1$ で割ると -15 余り, $x - 2$ で割ると -20 余る. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) $P(x)$ を $(x - 1)(x - 2)$ で割ったときの余りを求めよ.
- (2) 方程式 $P(x) = 0$ が方程式 $x^2 + 2x + 2 = 0$ と共通の解をもつとき, $P(x)$ を求めよ. またそのとき $P(x) = 0$ のすべての解を求めよ.

3 $i = \sqrt{-1}$ を虚数単位, ω を方程式 $z^3 - 1 = 0$ の解で虚部が正のものとする. サイコロを 1 回振って 1 か 2 の目が出れば自然数 1 を, 3 か 4 の目が出れば i を, また 5 か 6 の目が出れば ω をそれぞれ対応させる. 今サイコロを 3 回振る試行を考え, 出た目に従って順に対応する数を記録していき, S をこれら 3 個の数の和, M をこれら 3 個の数の積とする.

- (1) 複素数 S が純虚数となる確率 p を求めよ.
- (2) 複素数 M が実数となる確率 q を求めよ.

4

座標平面上に2つの曲線

$$C_1: y = \frac{\log x}{\sqrt{x}}, \quad C_2: y = a\sqrt{x} \quad (a > 0)$$

が与えられているとき、以下の問に答えよ。

- (1) 点 $(t, \frac{\log t}{\sqrt{t}})$ における C_1 の接線の方程式と、点 $(t, a\sqrt{t})$ における C_2 の接線の方程式をそれぞれ求めよ。
- (2) C_1 と C_2 は共有点 P をもち、その点におけるそれぞれの接線が一致するとき、点 P の x 座標と a の値を求めよ。
- (3) a が (2) で求めた値のとき、曲線 C_1 , C_2 および x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。