

受	験					
番	号					

平成 23 年度 入 学 者 選 抜 学 力 検 査 問 題

数 学
(医 学 部)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
- 2 この冊子は 11 ページある。
- 3 試験中に問題の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 この冊子左端のミシン目は、切り離さないこと。
- 5 解答にかかる前に表紙、各答案紙及び下書き用紙の所定の箇所に受験番号を記入すること。
- 6 解答は必ず答案紙の所定の欄に記入すること。解答欄が足りない場合は答案紙の裏面を使用してもよい。ただし、「裏面につづく」と明記せよ。
- 7 2 ページと 11 ページは下書き用に使用してよい。
- 8 この冊子は一切持ち帰ってはいけない。

受	験					
番	号					

下 書 き 用 紙

受	験					
番	号					

平成 23 年 度 入 学 者
選 抜 学 力 検 査 問 題

数	学
---	---

(答案紙第 1 枚)

1 以下の問いに答えよ。

【Ⅰ】 O を原点とする座標平面上、直線 $y = kx$ (k は定数) に関する対称移動を f で表す。また座標平面上の点 P に対して、直線 OP を O を中心として角 $\frac{\pi}{4}$ だけ回転して得られる直線 l に P から下ろした垂線と l の交点を Q とし、 P を Q に移す移動を g で表す。ただし O は g により O 自身に移動するものとする。 f, g をこの順に続けて行って得られる移動(合成変換 $g \circ f$)を表す行列を A とおくと、 A およびその逆行列 A^{-1} を求めよ。

【Ⅱ】 2 次の正方行列 $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して、 $T(M) = a + d$, $D(M) = ad - bc$ と定める。このとき以下の命題を証明せよ。

「すべての自然数 n に対して $T(M^n) = \{T(M)\}^n$ が成り立つことと、 $D(M) = 0$ であることは、互いに同値である。」

採 点	
--------	--

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

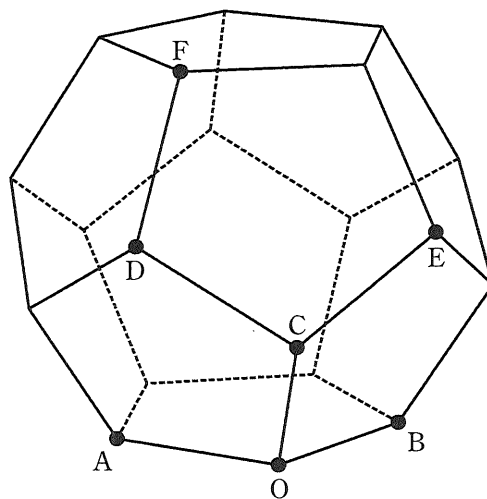
受	験					
番	号					

平成23年度入学者
選抜学力検査問題

数	学
---	---

(答案紙第2枚)

- 2 1辺の長さが1の正十二面体を考える。点O, A, B, C, D, E, Fを図に示す正十二面体の頂点とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。なお、正十二面体では、すべての面は合同な正五角形であり、各頂点は3つの正五角形に共有されている。
- (1) 1辺の長さが1の正五角形の対角線の長さを求めて、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
 - (2) $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
 - (3) Oから平面ABDに垂線OHを下ろす。 $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。さらにその長さを求めよ。



採 点	
--------	--

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験					
番	号					

平成 23 年度 入 学 者
選 抜 学 力 検 査 問 題

数	学
---	---

(答案紙第 3 枚)

- 3 楕円 $C : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上に 2 点 $P(0, -b)$, $Q(a \cos \theta, b \sin \theta)$ をとる。ただし, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ である。Q における C の接線を l とし, P を通り l に平行な直線と C との交点のうち P と異なるものを R とおく。このとき以下の問いに答えよ。
- (1) R の座標を求めよ。
 - (2) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, $\triangle PQR$ の面積の最大値とそのときの Q の座標を求めよ。
 - (3) C の焦点のうち x 座標が正のものを F とする。(2) で求めた Q の x 座標と F の x 座標の大小を比較せよ。

採 点	
--------	--

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験					
番	号					

平成23年度入学者
選抜学力検査問題

数	学
---	---

(答案紙第4枚)

4 関数 $f_n(x)$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) は次の条件を満たしている。

(i) $f_0(x) = e^{2x} + 1$, (ii) $f_n(x) = \int_0^x (n + 2t)f_{n-1}(t)dt - \frac{2x^{n+1}}{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $f_1(x)$, $f_2(x)$ を求めよ。
- (2) $f_n(x)$ の具体的な形を推測し, その結果を数学的帰納法で証明せよ。
- (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ f'_n\left(\frac{1}{2}\right) \right\}$ を求めよ。ただし, $0 < r < 1$ に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$ となることを用いてよい。

採 点		合 計 点	
--------	--	-------------	--

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験				
番	号				

下 書 き 用 紙