

平成 31 年度入学者選抜
学力検査問題冊子
(前期日程)

数 学 問 題 冊 子

(医学部)

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、問題の部分が 2 ページからなっていることを確認すること。
3. 問題は全部で 4 問ある。
4. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせよ。
5. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄に記せ。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

- 1 複素数平面上で、点 z は方程式 $z\bar{z} + 1 = (1 - 2i)z + (1 + 2i)\bar{z}$ を満たす。ここで、 $\bar{z}$ は z の共役複素数である。点 $w = 4 + 5i$ を通る直線 ℓ と実軸とのなす角は $\frac{\pi}{4}$ であり、 ℓ と実軸の交点 α の実部は 4 より大きい。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) α の値を求めよ。
- (2) 方程式を満たす点 z で、 ℓ との距離が最小になるものを求めよ。
- (3) 方程式を満たす点 z で、実部と虚部がともに整数になるすべての点から無作為に 1 つ選ぶ。点 A はその点を出発して、表が出る確率が p である 1 枚の硬貨を投げて、表が出れば実軸方向に 1 だけ、表が出なければ虚軸方向に 1 だけ進むものとする。この硬貨を 4 回続けて投げたとき、点 A が直線 ℓ 上にある確率を求めよ。

- 2 変量 x のデータの値を $x_1, \dots, x_n$ 、変量 y のデータの値を $y_1, \dots, y_n$ とする。変量 x の標準偏差を s_x 、変量 y の標準偏差を s_y とする。また、変量 x と変量 y の相関係数を r とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 変量 x の最大値を $\max(x)$ 、最小値を $\min(x)$ とする。このとき、

$$s_x \leq \max(x) - \min(x)$$

が成り立つことを示せ。さらに、等号成立の条件を調べよ。

- (2) 変量 z のデータの値を $z_1 = x_1 - y_1, \dots, z_n = x_n - y_n$ とする。このとき、

$$r = \frac{s_x^2 + s_y^2 - s_z^2}{2s_x s_y}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 s_z は変量 z の標準偏差とする。

- (3) 次の表は、ある運動部に所属する 10 名の身長(変量 x 、単位 cm)と体重(変量 y 、単位 kg)のデータ、および変量 x 、変量 y 、変量 $x - y$ の平均、分散、標準偏差を計算した結果である。ただし、 $y_1 < y_2$ とする。

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均	分散	標準偏差
身長 x	157	163	178	180	164	161	179	185	165	168	170	83.4	9.13
体重 y	y_1	y_2	63	77	61	63	70	79	62	65	65	64.8	8.05
$x - y$	$157 - y_1$	$163 - y_2$	115	103	103	98	109	106	103	103	105	19.0	4.36

- ① y_1, y_2 の値をそれぞれ求めよ。
- ② 変量 x と変量 y の相関係数 r を求めて、このデータの傾向について説明せよ。なお、 r の値は小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めよ。また必要ならば、 $9.13 \times 8.05 \approx 73.5$ を用いてもよい。

3 n を自然数とする。 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $\int_0^1 f(x) dx$ を求めよ。
- (2) $\int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} |\sin n\pi x| dx$ を求めよ。ただし、 k は $0 \leq k \leq n-1$ を満たす整数とする。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(x) |\sin n\pi x| dx$ を求めよ。

4 座標空間において、原点 O を重心とし、 $A(-2, 0, 0)$ を頂点とする正三角形 ABC (ただし、 B の y 座標は負) が xy 平面上にある。また $P(0, 0, 2\sqrt{2})$ を重心とし、 $D(2, 0, 2\sqrt{2})$ を頂点とする正三角形 DEF (ただし、 E の y 座標は正) が平面 $z = 2\sqrt{2}$ 上にある。正四面体 $PABC$ と正四面体 $ODEF$ の共通部分としてできる立体を K とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) K を平面 $z = t$ ($0 \leq t \leq \sqrt{2}$) で切った切り口の面積 $S(t)$ を求めよ。
- (2) K の体積を求めよ。
- (3) K の表面積を求めよ。

