

平成 31 年度入学者選抜
学力検査問題冊子
(前期日程)

数 学 問 題 冊 子

(工学部)

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後，解答にかかる前に，まず，問題の部分が 2 ページからなっていることを確認すること。
3. 問題は全部で 4 問ある。
4. 試験中に印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ。
5. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄に記せ。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

1 以下の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x \leq \pi$ のとき、方程式 $2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3 = 0$ を満たす x の値を求めよ。
- (2) 初項が $a_1 = 1$ で公比が $\frac{1}{3}$ の等比数列 $\{a_n\}$ において、 $a_n < \frac{1}{10^{10}}$ を満たす最小の n を求めよ。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。
- (3) $-\frac{5}{2} \leq x \leq 2$ のとき、関数 $f(x) = (1-x)|x+2|$ の最大値を求めよ。
- (4) 関数 $g(x) = (a+1)x^3 + 3(a+1)x^2 + 6ax + 5$ が極値をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ。ただし、 $a \neq -1$ とする。

2 関数 $f(x) = \frac{\sin x}{e^{2x}}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $\int f(x) dx = -\frac{\cos x + 2 \sin x}{5 e^{2x}} + C$ (C は積分定数) を示せ。
- (2) $\int_0^{2\pi} |f(x)| dx$ を求めよ。
- (3) 自然数 n に対して、 $a_n = \int_0^{n\pi} |f(x)| dx$ とおく。 a_n を n の式で表せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

3 原点 O , $A(a, 0)$, $B(b, c)$ を頂点とする三角形 OAB がある。ただし, $a > 0$ とする。辺 OA を n 等分する点を, x 座標が小さい順に $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ とし, 点 P_n を点 A とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $1 \leq k \leq n$ として, 点 P_k の座標を求めよ。

(2) $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |\overrightarrow{BP_k}|^2$ とする。 S_n を n を用いて表せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

4 6 枚の硬貨があり, その内訳は以下の通りである。

- $\frac{1}{2}$ の確率で表が出る硬貨 (硬貨 A) : 3 枚
- $\frac{1}{3}$ の確率で表が出る硬貨 (硬貨 B) : 2 枚
- $\frac{2}{3}$ の確率で表が出る硬貨 (硬貨 C) : 1 枚

これらの 6 枚の硬貨から 1 枚を無作為に選んで投げるという試行を行うとき, 以下の問いに答えよ。

(1) 選んだ硬貨を 1 回投げて, 表が出る確率を求めよ。

(2) 選んだ硬貨を 2 回続けて投げて, 2 回とも表が出る確率を求めよ。

(3) 選んだ硬貨を 1 回投げて表が出たときに, 同じ硬貨をもう 1 回投げて再び表が出る確率を求めよ。

(4) 選んだ硬貨を 2 回続けて投げて 2 回とも表が出たときに, 選んだ硬貨が硬貨 A である確率を求めよ。

