

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 4 問題冊子の余白は、計算等に用いて構いません。
- 5 試験終了後、解答用紙のみを回収します。

〔1〕 以下の各問いについて答えだけを書け。

- (1) 不等式 $9 \times 2^x + 15 \times 4^x - 2 \times 8^x > 8$ を解け。
- (2) 定積分 $\int_1^{1+\sqrt{3}} \frac{x^3}{x^2 - 2x + 2} dx$ を求めよ。
- (3) 等比数列 $\{a_n\}$, 等差数列 $\{b_n\}$ と自然数 k ($k \geq 4$) があって, $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $a_3 = b_k$ を満たしている。
 $a_4 = b_m$ となる m を k の式で表わせ。ただし, $a_1 \neq a_2$ とする。
- (4) $x > 0$ の範囲に 2 つの曲線 $C_1: 4x^2 + y^2 = 10$ と $C_2: x^2 - y^2 = 10$ があって, C_1 , C_2 の両方に接する 2 本の直線を l_1 , l_2 とする。 l_1 , l_2 および C_1 で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を V_1 とし, l_1 , l_2 および C_2 で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を V_2 とする。 $V_1 + V_2$ の値を求めよ。
- (5) $\sqrt{n}$ の整数部分を a としたとき, 不等式 $\frac{7}{6} < \frac{\sqrt{n}}{a} < \frac{6}{5}$ が成り立つような最小の自然数 n を求めよ。

〔2〕 正四面体 $OABC$ があって, $\triangle OAB$ の内部に点 D がある。実数 t ($0 < t < 1$) に対して, 線分 CD を $t:(1-t)$ に内分する点を P とする。点 Q は $\triangle ABC$ の内部にあり, $\triangle ABC$ と線分 PQ は直交している。また, 点 R は $\triangle OBC$ の内部にあり, $\triangle OBC$ と線分 PR は直交している。 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$, $\vec{OD} = x\vec{a} + y\vec{b}$ として, 以下の問いに答えよ。

- (1) $\vec{PQ}$ と $\vec{PR}$ を x , y , t , $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表わせ。
- (2) 四面体 $OABC$ の体積を V とする。四面体 $PABC$ の体積を x , y , t , V で表わせ。
- (3) 2 つの四面体 $PABC$, $POBC$ の体積の和が四面体 $POAB$ の体積と等しいとき, t を x , y で表わせ。

〔3〕 以下の各問いに答えよ。

- (1) 360 の約数の個数を求めよ。ただし, 1 も約数に含める。
- (2) 6 枚のカード

1	2	2	3	3	3
---	---	---	---	---	---

 を並べて自然数を作る。いくつ作ることができるか。
- (3) サイコロを 6 回振り, 出た目を掛け合わせた積を X , X の約数の個数を Y , Y のとりうる最大の値を m とする。ただし, 1 も約数に含める。また, 各 j ($j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) について, j の目の出た回数を k_j とする。次の問いに答えよ。
 - (i) Y を k_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) で表わせ。
 - (ii) X が 7500 となるサイコロの目の出方は何通りか。
 - (iii) $Y = m$ のとき, $k_2 = k_3 = k_4 = 0$ であることを数式を用いて説明せよ。
 - (iv) $Y = m$ となるサイコロの目の出方は何通りか。