平　成　31　年　度
医学部前期入学試験問題

# 数　　学

(時間：120 分)

## 注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません。

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します。

〔1〕 以下の各問いについて答えだけを書け。

(1) 座標平面上に放物線 $y = x^2$ が与えられている。放物線上の点$(a,\ a^2)$における接線と，点$(a+1,\ (a+1)^2)$における接線の交点をPとする。$a$がすべての実数値をとって変化するとき，点Pの軌跡を求めよ。

(2) $\mathrm{AB} = 3$，$\mathrm{BC} = 4$，$\angle\mathrm{BAC} = 90^\circ$である△ABCがあり，∠ABCの2等分線にCから下ろした垂線の足をDとする。△BCDの面積を求めよ。

(3) $i$を虚数単位とする。方程式 $z^3 = 2 - 2i$ を解け。

(4) 実数$x$についての関数の列$\{f_n(x)\}$が $f_n(x) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k} - 2\int_0^1 f_n(t)\,dt$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たしている。極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} f_n(0)$ を求めよ。

〔2〕 座標空間に4点A$(6,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 6,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ 6)$，P$(t,\ t,\ 1)$をとる。ただし，$0 < t < \dfrac{5}{2}$とする。点Pから△ABCを含む平面に下ろした垂線の足をHとし，Pから辺CA，CBに下ろした垂線の足をそれぞれQ，Rとする。さらに，直線QRに関して点Cと対称な点をSとする。以下の問いに答えよ。

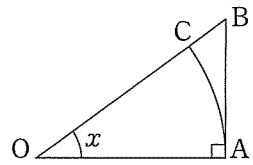
(1) 3点H，Q，Sの座標をそれぞれ$t$で表せ。

(2) 四面体PQRSの体積を$t$で表せ。

(3) 四面体PQRSと四面体PABCの共通部分の体積を$t$で表せ。

〔3〕 以下の問いに答えよ。

(1) 右図のような，半径1，中心角$x$ラジアンの扇形OACと∠OABが直角である△OABを考える。ただし，Bは線分OCの延長線上にあり，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$である。右図を参考にして，$\displaystyle\lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x} = 1$ となることを示せ。さらに，$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ が成り立つことも示せ。




(2) 微分の定義にしたがって，関数 $y = \sin x$ の導関数を求めよ。

〔4〕 正の定数$a$について，$a_1 = a$，$a_{n+1} = a^{a_n}$ により，数列$\{a_n\}$を定める。また，関数 $y = x^{\frac{1}{x}}$ $(x > 0)$ の最大値を$b$とする。以下の問いに答えよ。ただし，$e$を自然対数の底とする。

(1) 関数 $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}\log x$ $(x > 0)$ の最大値を求めよ。

(2) 関数 $y = x^{\frac{1}{x}}$ $(x > 0)$ の増減，漸近線を調べて，グラフの概形をかけ。

(3) $1 \leqq a \leqq b$であるとき，すべての自然数$n$について，不等式 $a \leqq a_n \leqq a_{n+1} \leqq e$ が成立することを示せ。

(4) $a = \sqrt{2}$について，極限値 $l = \displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。ただし，極限値$l$が存在することは仮定してよい。