

数 学 II

(生活科学系教育)

I 二つの正の数 a, b に対し, xy 平面上の 2 点を $A(0, a), B(b, 0)$ とする。

線分 AB を $2 : 1$ に内分する点 C を通り, 線分 AB に垂直な直線上に点 C からの長さが $\sqrt{3}$ である点を D とし, その座標を (x, y) とする。ただし, 点 D の x 座標は点 C の x 座標より大きいとする。

(1) 点 C の座標を求めなさい。

(2) 点 D の座標 (x, y) を a, b を用いて表しなさい。

II

原点 O を中心とする単位円上を動く点 P , Q がある。点 P は $A(1, 0)$ から出発して 4 秒間に 1 回の割合で正の向き(反時計回り)に回転する。点 Q は点 A から出発して 12 秒間に 1 回の割合で負の向きに回転する。ただし, それぞれの点は点 A から同時に出発し, 3 秒間動くとする。次の問いに答えなさい。

- (1) 点 P , Q の t 秒後の座標を t を用いて表しなさい。
- (2) $\triangle OAP$ と $\triangle OQA$ の面積の和を S とする。 S を t を用いて表しなさい。
- (3) $\triangle OAP$ と $\triangle OQA$ の面積が等しくなる時刻 t を求めなさい。

Ⅲ $x > 1, y > 1, xy = 8$ であるとき, $4(\log_2 x)^3 + (\log_2 y - 1)^3$ の値が最小となるような x, y の値を求めなさい。

IV

$f(x) = x^2 + (1 - a)x + a$ のとき、次の値を求めなさい。

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x - a} \int_a^x f(t) dt$$

$$(2) \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{x-h}^{x+h} f(t) dt$$