

I 空間内の4点 $O(0, 0, 0)$, $A(-4, 6, 2)$, $B(4, 2, 4)$, $C(2, -2, 6)$ がある。辺 OA , AB , BC および OC の中点を, それぞれ, K , L , M および N とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 四角形 $KLMN$ が平行四辺形であることを示せ。
- (2) 四角形 $KLMN$ の面積を求めよ。

Ⅱ $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき, $\log_{10} \sin^2 \theta + \log_{10} \cos^2 \theta$ の最大値とそのときの θ の値を求めよ。

Ⅲ

次の複素数の数列を考える。

$$\begin{cases} z_1 = 1 \\ z_{n+1} = \frac{1}{2}(1+i)z_n + \frac{1}{2} \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

ただし、 i は虚数単位とする。次の問いに答えよ。

- (1) $z_{n+1} - a = \frac{1}{2}(1+i)(z_n - a)$ なる定数 a を求めよ。
- (2) このとき、 z_{17} を求めよ。

IV

関数 $f(x) = \int_0^3 |t - x| dt$ がある。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) $\int_{-1}^2 f(x) dx$ の値を求めよ。

V

点 P が x 軸上を座標 $x = 100$ から出発して動き、 t 秒後における P の速度 u は $u = 3t^2 - 12t$ である。また、点 Q は、 x 軸上を原点から出発して移動し、Q の速度 v は一定であるとする。次の問いに答えよ。

- (1) 時間 t を横軸にとり、 t 秒後における P の座標 x を縦軸にとって t に関する x の変化を表すグラフを描け。
- (2) P と Q が同じ時刻に同じ位置にあるためには、 v は少なくともどれほどの速度でなければならないか。