

1

a, b, x, y が

$$a + b = 3, \quad ab = 1, \quad x + y = 4, \quad xy = 2$$

を満たすとき

$$(ax + by)^3 + (ay + bx)^3$$

の値を求めよ。

(30 点)

2

正 20 面体の各面に、1 から 20 までの数が 1 つずつ重複せずに書かれており、各面が同じ確からしさで出るさいころ（正 20 面体さいころ）を 2 回投げ、その結果によって下表のように得点が与えられるとする。たとえば、1 回目に出た数が m より小さく、2 回目に出た数が m 以上のときは得点は b である。ただし、 m は $2 \leq m \leq 20$ を満たす整数である。

1 回目に出た数	2 回目に出た数	得点
m より小	m より小	a
m より小	m 以上	b
m 以上	m より小	c
m 以上	m 以上	d

- (1) $a = -2$, $b = 8$, $c = 12$, $d = 6$ のとき、得点の期待値を m で表せ。
- (2) $a = -2$, $b = 8$, $c = 12$, $d = 6$ のとき、得点の期待値を最大にする m を求めよ。
- (3) 得点の期待値が m の値に関わらず一定のとき、 a , b , c , d が満たすべき条件を求めよ。

(40 点)

3

自然数 a と b の組 (a, b) を次のような順序で一行に並べる。

$(1, 1), (2, 1), (1, 2), (3, 1), (2, 2), (1, 3), (4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4), (5, 1), \dots\dots$

たとえば，8番目に現れる組は $(3, 2)$ である。

(1) 200番目に現れる組は何か。

(2) 自然数の組 (m, n) は何番目に現れるか。

(40点)

4

$a > 0, b > c > 0$ とし、放物線 $y = -a(x+b)(x-c)$ の第1象限内にある部分を C とする。 C 上の点 P から x 軸, y 軸におろした垂線と x 軸, y 軸で囲まれる長方形の面積を S とおく。また, P での C の接線と x 軸, y 軸との交点をそれぞれ Q, R とする。

(1) S を最大にする P の x 座標を求めよ。

(2) S が最大になるとき, P は線分 QR の中点であることを示せ。

(40 点)