

1

さいころを2つ投げて、出た目の数の積を X とする。

- (1) $X = 12$ となる確率を求めよ。
- (2) X が平方数である確率を求めよ。ただし、整数の2乗に等しい数を平方数という。
- (3) X の期待値を求めよ。

(25点)

2

複素数平面上において、 z と i との距離が1であるとき、 $i + \frac{2}{z}$ は実数であることを示せ。ただし、 i は虚数単位で、 z は0でない複素数とする。

(25点)

3

三角形 OAB において、 $a = |\overrightarrow{OA}|$, $b = |\overrightarrow{OB}|$ とおく。 $a \neq b$ とし、
A, B を通る直線上の点 P が

$$\frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}}{a} + \frac{\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}}{b} = 0$$

を満たしているとする。このとき

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{AB}$$

となるような t を a, b を用いて表せ。

(25 点)

4

曲線 $C: y = x^2 - 4|x - 1| + 4$ に相異なる 2 点で接する直線 l の方程式を $y = ax + b$ とする。

(1) a, b を求めよ。

(2) 曲線 C と直線 l とで囲まれる部分の面積を求めよ。

(25 点)