

1

2つの関数

$$y = 8x^2 - 6x + 1$$

$$y = 4x^2 - 4x + 3$$

のグラフを描き、それらで囲まれた部分の面積を求めよ。

(30点)

2

大小2枚のコインがある。どちらのコインも、表が出る確率は p で裏が出る確率は $1-p$ である。ただし、 $0 < p < 1$ とする。これら2枚のコインを同時に投げ、その結果により、 xy 平面上の点 A を移動させるという操作を考える。その際の規則は、

点 A の x 座標は大きなコインが表のとき1増え、裏のとき1減り、

点 A の y 座標は小さなコインが表のとき1増え、裏のとき1減る

ものとする。

最初に A は原点にあるとして、次の問いに答えよ。

- (1) 上の操作を2回繰り返すとき、点 A が原点に戻る確率を求めよ。
- (2) 上の操作を4回繰り返すとき、4回目に初めて点 A が原点に戻る確率を求めよ。
- (3) 上の操作を4回繰り返すあいだ中、点 A が常に $|x| \leq 2$ かつ $|y| \leq 2$ を満たす範囲にとどまる確率を求めよ。

(40点)

3

条件 $0 \leq m \leq 500$, $0 \leq n \leq \sqrt{m}$ を満たす整数の組 (m, n) はいくつあるか。

(40 点)

4

$k = 5x + 2y$ とする。実数 x と y が

$$x^2 + xy + y^2 = 1$$

を満たすとき、 k の最大値と最小値を求めよ。

(40 点)