

1

n が自然数のとき, $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ は 19 で割り切れることを示せ。

(25 点)

2

p, q を実数とする。2 次方程式 $x^2 + px + q = 0$ のすべての解が 0 以上 1 以下の実数となるような p, q の条件を求めよ。また、その条件を満たす点 (p, q) 全体からなる領域を平面上に図示せよ。

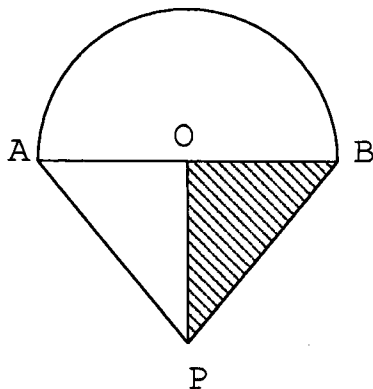
(25 点)

3

図のように、点 O を中心とする半径 r の半円とその直径 AB を底辺とする二等辺三角形からできている図形がある。

- (1) この図形の面積が 1 であるとき、 r のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) (1) の条件の下で $\triangle OPB$ を OP のまわりに 1 回転させて出来る円錐の体積の最大値と、最大値を与える r を求めよ。

(25 点)



4

$0 < t < 1$ に対し、放物線 $y = x^2$ 上の点 $P(t, t^2)$ における接線と放物線にはさまれていて、 $y \geq 0$, $x \leq 1$ を満たす部分の面積を S とする。 S の最小値と、最小値を与える t の値を求めよ。

(25 点)

