

1

3つのサイコロを投げ、出た目の数のうち最大のものを X で表す。

- (1) $X = 3$ となる確率を求めよ。
- (2) X の期待値を求めよ。

(30 点)

2

与えられた数列 $\{a_n\}$ に対し、数列 $\{b_n\}$ を次のように定める。

$$\begin{cases} b_1 &= a_1 \\ b_{n+1} &= \frac{nb_n}{n+1} + \frac{a_{n+1}}{n+1} \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $a_n = 2n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) のときに、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $a_n = (2n - 1)^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) のときに、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(40 点)

3

$a > 0$ とする。2つの放物線 $y = x^2$ と $y = 2(x - a)^2 + 1$ が、ただ一点のみを共有するような a の値と、その共有点の座標を求めよ。また、 a がその値のときに、この2つの曲線と y 軸とで囲まれる図形の面積を求めよ。

(40 点)

4

2 次方程式

$$x^2 - ax + 2a - 5 = 0$$

の解 α, β が

$$\left(\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \right)^2 < \frac{2}{9}$$

を満たすような自然数 a を求めよ。

(40 点)