

平成 20 年 度 数 学 (03)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないようにしなさい。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開いてはいけません。
2. この冊子には問題 2 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図がされたら、問題のページ数を確認し、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)・計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、すべての用紙に受験番号を記入しなさい。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出なさい。
5. 解答の記入は黒鉛筆に限ります。
6. 文字ははっきり書きなさい。解答の文字が読みにくい場合、点を与えないことがあります。
7. 計算・下書きには計算用紙を用いなさい。
8. 解答用紙の点数欄には何も記入してはいけません。
9. 試験中、使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
10. 試験終了の合図がされたら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出しなさい。計算用紙は提出の必要はありません。

問題は次のページより始まります。

1実数 a, b に対して，不等式

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}$$

が成り立つことを示せ。また，等号が成り立つための条件を求めよ。

(25 点)

2大小 2 つのサイコロを同時に投げて，出た目の数をそれぞれ a, b とする。(1) $ab - 2a - b > 0$ である確率を求めよ。(2) $a + 1$ が $2a + b$ の約数である確率を求めよ。

(25 点)

3

数列 $\{a_n\}$ は初項 1, 公比 5 の等比数列である。

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n \geq 10^{100}$$

を満たす最小の n を求めよ。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(25 点)

4

放物線 $C: y = \frac{x^2}{2}$ と直線 $l: y = 2x + 1$ の交点を左から順に P, Q とおく。

P と Q の間にある放物線 C の部分の上の点を $M\left(t, \frac{t^2}{2}\right)$ とおく。M を通り l に垂直な直線と l との交点を H とする。

(1) H の座標を t を用いて表せ。

(2) M を動かすとき MH が最大となる M の座標を求めよ。また, このとき, 線分 QH, MH と C とで囲まれた部分の面積を求めよ。

(25 点)