

平成 22 年 度 数 学 (01)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 2 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)と計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、すべての用紙に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 計算・下書きには計算用紙を使ってください。
8. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
9. 複数の解答用紙がある場合、使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
10. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。計算用紙は提出しないでください。

1 n が 2 以上の自然数のとき,

$$2^{2^n} - 6$$

は 10 で割り切れることを示せ。

(25 点)

2

2 つのサイコロを振り, 出た目の和が n であるとき, n の「奇数部分」を得点とする。ただし, 自然数 n の「奇数部分」とは

$$n = 2^k m \quad (k \text{ は } 0 \text{ 以上の整数, } m \text{ は奇数})$$

と表したときの m のこととする。たとえば

$$4 = 2^2 \times 1, \quad 5 = 2^0 \times 5, \quad 6 = 2^1 \times 3$$

であるので, 4, 5, 6 の「奇数部分」はそれぞれ 1, 5, 3 である。

- (1) 得点が 9 である確率を求めよ。
- (2) 得点が 1 である確率を求めよ。
- (3) 得点の期待値を求めよ。

(25 点)

3

実数 x, y が $x^2 + y^2 = 2x$ を満たしながら動くとき, $3x + 4y$ の最大値と最小値を求めよ。

(25 点)

4

a を正の実数とし, 関数 $y = x^2 + a$ のグラフを C とする。 C 上の点 P において C に接線 ℓ をひき, ℓ と $y = x^2$ のグラフの交点を Q, R とする。 Q の x 座標を α , R の x 座標を β とするとき, $|\alpha - \beta|$ は P の取り方によらないことを証明せよ。

(25 点)