

平成 23 年度 数 学 (02)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 2 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)と計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、すべての用紙に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 計算・下書きには計算用紙を使ってください。
8. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
9. 複数の解答用紙がある場合、使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
10. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。計算用紙は提出しないでください。

1

袋の中に赤，白，青，黒の色の球がそれぞれ5個ずつ合計20個入っている。その袋から9個の球を同時に取り出す。取り出された球の中に同じ色の球が5個入っているときのみ，色に応じて得点を与え，それ以外の場合の得点は0点である。5個そろった球の色が赤なら得点は900点，白なら2020点，青なら4000点，黒なら6000点とする。得点の期待値を求めよ。

(30点)

2

不等式

$$\log_7 x - 3 \log_x(7x) \leq -1$$

を満たす実数 x の範囲を求めよ。

(40点)

3 n を自然数とする。

(1) 不等式

$$\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \geq 3$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) 不等式

$$(n+1)^{n-1}(n+2)^n \geq 3^n(n!)^2$$

が成り立つことを数学的帰納法により証明せよ。

(40 点)

4

a, b を実数とする。3 次方程式 $x^3 - 3ax^2 + a + b = 0$ が 3 個の相異なる実数解をもち、そのうち 1 個だけが負となるための a, b の満たす条件を求めよ。また、その条件を満たす点 (a, b) の存在する領域を平面上に図示せよ。

(40 点)