

平成 23 年 度 数 学 (03)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 2 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)と計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、すべての用紙に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 計算・下書きには計算用紙を使ってください。
8. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
9. 複数の解答用紙がある場合、使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
10. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。計算用紙は提出しないでください。

1

次の3つの条件をすべて満たす3角形の3辺の長さを求めよ。

- (i) 最大角と最小角の差は 90° である。
- (ii) 3辺の長さを大きさの順に並べたものは等差数列である。
- (iii) 3辺の長さの和は3である。

(25 点)

2

n を自然数とする。

- (1) 等式

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k {}_n C_k = 0$$

を示せ。

- (2) k が $0 \leq k \leq n$ を満たす整数のとき、等式

$$(n+1) {}_n C_k = (k+1) {}_{n+1} C_{k+1}$$

が成り立つことを示せ。

- (3) 等式

$$\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k+1} {}_n C_k = \frac{1}{n+1}$$

を示せ。

(25 点)

3

3 次関数 $y = x^3$ のグラフの接線で、放物線 $y = -\left(x - \frac{4}{9}\right)^2$ にも接するものをすべて求めよ。

(25 点)

4

m は正の実数である。放物線 $C_1: y = x^2 + m^2$ 上の点 P における C_1 の接線と放物線 $C_2: y = x^2$ との交点を A, B とし、 C_2 上の A と B の間の点 Q に対して、直線 AQ と C_2 とで囲まれる領域の面積と、直線 QB と C_2 とで囲まれる領域の面積の和を S とする。 Q が C_2 上の A と B の間を動くときの S の最小値は P の取り方によらないことを示し、その値を m を用いて表せ。

(25 点)