

平成 23 年 度 数 学 (04)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 2 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)と計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、すべての用紙に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 計算・下書きには計算用紙を使ってください。
8. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
9. 複数の解答用紙がある場合、使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
10. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。計算用紙は提出しないでください。

1

a, b を実数とする。3 次関数 $y = x^3 - 3ax^2 - 3bx$ が $x = p$ と $x = q$ とで極値をとるものとする。

(1) $-1 \leq p \leq 0$ かつ $1 \leq q \leq 2$ となるような点 (a, b) の動く範囲を平面上に図示せよ。

(2) (a, b) が上の範囲を動くとき、 $a + b$ の最大値と最小値を求めよ。

(40 点)

2

x が $x \geq 0$ を満たす実数全体を動くとき、関数

$$y = e^{-\sqrt{3}x} \sin x$$

の最大値と最小値、およびそれらを与える x の値を求めよ。

(30 点)

不等式

$$x^2 - x \leq y \leq x$$

で表される平面上の領域を直線 $y = x$ のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。

(40 点)

4

コインを投げ、点 P を次の規則によって正三角形 ABC の頂点 A, B, C 上を動かす。点 P が A にあるときは、表が出たら B に動かし、裏が出たら C に動かす。B にあるときは、表が出たら C に動かし、裏が出たら A に動かす。C にあるときは、表が出たら A に動かし、裏が出たら B に動かす。

はじめに点 P は A にあるとし、コインを n 回投げた後に P が A にある確率を a_n 、B にある確率を b_n 、C にある確率を c_n とする。

- (1) $a_1 = 0, b_1 = \frac{1}{2}, c_1 = \frac{1}{2}$ である。 $n = 2, 3, 4$ に対して, a_n, b_n, c_n を求めよ。
- (2) (i) a_{n+1} を a_n, b_n, c_n を用いて表せ。
- (ii) b_{n+1} を a_n, b_n, c_n を用いて表せ。
- (iii) c_{n+1} を a_n, b_n, c_n を用いて表せ。
- (3) $b_n = c_n$ であることを示せ。
- (4) a_n を求めよ。

(40 点)