

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 2 ページ，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら，問題のページ数を確認し，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)と計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し，すべての用紙に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり，ていねいに書いてください。
7. 計算・下書きには計算用紙を使ってください。
8. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
9. 複数の解答用紙がある場合，使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
10. 試験終了の合図があったら，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。計算用紙は提出しないでください。

1

正の実数  $a, b, c$  に対して, 不等式

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$$

を証明せよ。また, 等号が成り立つための条件を求めよ。

(25 点)

2

$n$  を自然数とする。1 枚のコインを投げ続けて, 裏が出た時点で終了するゲームを行う。ただし,  $n$  回続けて表が出たときもゲームは終了するものとする。このゲームで出た表の数を  $p$  とするとき, 次のように得点を与える。

 $p = 0$  ならば得点は 0, $p \geq 1$  ならば得点は  $3^p$  である。

得点の期待値を求めよ。

(25 点)

**3** $a$  を実数とする。方程式

$$\cos^2 x - 2a \sin x - a + 3 = 0$$

の解で  $0 \leq x < 2\pi$  の範囲にあるものの個数を求めよ。

(25 点)

**4** $a, b$  を正の実数とする。

- (1) 放物線  $C: y = -ax^2 + b$  が放物線  $y = x^2$  と直交するとき、 $b$  を  $a$  で表せ。ただし、2つの放物線が直交するとは、それらが交わり、各交点でそれらの接線が直交することをいう。
- (2)  $C$  は (1) の条件を満たすとする。 $C$  と放物線  $y = cx^2 + d$  が直交するとき、 $d$  を  $c$  で表せ。

(25 点)