

平成 24 年 度 数 学 (03)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 2 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)と計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、すべての用紙に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 計算・下書きには計算用紙を使ってください。
8. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
9. 複数の解答用紙がある場合、使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
10. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。計算用紙は提出しないでください。

1

4枚のコインの表に1から4まで数字が1つずつ書かれている。これらを同時に投げ、表が出たコインに書かれた数字の和を S とする。ただし、すべてが裏のときは $S=0$ とする。

- (1) $-1 \leq S \leq 5$ である確率を求めよ。
- (2) S の期待値を求めよ。
- (3) 表が出たコインに書かれた数字のうち奇数だけの和を T とする。 T の期待値を求めよ。

(25 点)

2

$0 \leq t < 2\pi$ に対して、2次方程式

$$x^2 + (\sin t - 2)x + \sin 2t - \sin t = 0$$

を考える。

- (1) すべての t に対して方程式は相異なる2つの実数解をもつことを示せ。
- (2) 方程式が2つの正の実数解をもつための t の範囲を求めよ。

(25 点)

3

等式

$$\frac{1}{x^3 - x} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x + 1}$$

が恒等式となるように定数 a, b, c の値を定めよ。また、それを利用して

$$\sum_{n=2}^{100} \frac{1}{n^3 - n}$$

を求めよ。

(25 点)

4

$t > 0$ とし、放物線 $C_1: y = -\frac{1}{16}x^2 - \frac{8}{9}$ 上の点 $P\left(t, -\frac{1}{16}t^2 - \frac{8}{9}\right)$ における法線を L とする。ただし、点 P における法線とは、点 P を通り、点 P における C_1 の接線と直交する直線のことである。

- (1) L が放物線 $C_2: y = x^2$ に接するとき、 t の値を求めよ。
- (2) t が (1) での値をとるとき、 C_1, C_2, L および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(25 点)