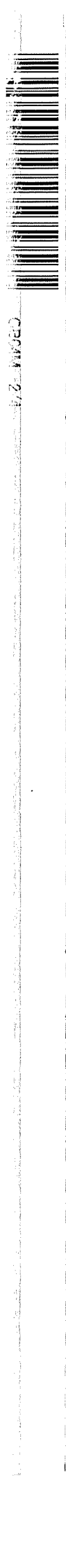


平成 27 年 度 数 学 (04)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 3 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚と計算用紙がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)と計算用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、すべての用紙に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 問題の 4 番と 5 番はどちらか一方を選択して解答してください。 解答用紙には選択した問題番号を○で囲んでください。
6. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
7. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
8. 計算・下書きには計算用紙を使ってください。
9. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。計算用紙は提出しないでください。





問題は次のページより始まります。

1

大小2つのサイコロと1枚のコインを同時に投げ、大小のサイコロの目をそれぞれ a, b とする。さらに、コインが表なら $c = 1$ とし、コインが裏なら $c = -1$ とする。このとき、2次方程式

$$x^2 + ax + bc = 0$$

の2つの解を α, β とする。

(1) α と β が実数である確率を求めよ。

(2) α と β が実数であり、かつ $|\alpha| + |\beta|$ が整数である確率を求めよ。

(40 点)

2

等式

$$\left(\frac{x^2}{3}\right)^{\log_3 x} = (9x^5)^{\log_x 3}$$

を満たす実数 x をすべて求めよ。

(40 点)

3

関数

$$f(x) = \frac{\log x}{x} \quad (x > 0)$$

を考える。

(1) x が正の実数全体を動くとき、 $f(x)$ の最大値と、最大値を与える x の値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点の座標を求めよ。

(3) 不等式

$$\int_1^n f(x) dx > 2$$

を満たす最小の自然数 n を求めよ。ただし、自然対数の底 e は $2.7 < e < 2.8$ を満たすことを用いてよい。

(40 点)

4

 $a > 0$ とする。複素平面上で等式

$$|z - ia| = \frac{z - \bar{z}}{2i}$$

を満たす点 z 全体の表す図形を C とする。ただし、 i は虚数単位で、 $\bar{z}$ は z と共役な複素数を表す。

(1) $z = x + iy$ と表すとき、 C の方程式を $y = f(x)$ の形で表せ。

(2) C 上の点 z で

$$|z - (2 + 2i)| = |z + (2 + 2i)|$$

を満たすものを求めよ。

(30 点)

5

2 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

に対して、数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

(1) $\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix}$ を求めよ。

(2) 一般項 x_n , y_n をそれぞれ n の式で表せ。

(30 点)

