

平成 30 年度 数 学 (04コア・03プラス)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには、問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。

問題は次のページより始まります。

1

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

- (1) 無限等比数列 $\{a_n\}$ が

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^3 = 2$$

を満たすとき、 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ。

- (2) a, b を正の実数とする。 x が $0 < x < 1$ の範囲を動くとき、関数

$$f(x) = \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x}$$

の最小値を求めよ。

(40 点)

2

自然数 m, n に対して

$$x = 8m + n, \quad y = 5m + 2n$$

とおく。 x, y の最大公約数を d とする。

(1) m, n が互いに素ならば, $d = 1$ または $d = 11$ であることを示せ。

(2) $m = 2$ のとき, $d = 11$ となる最小の自然数 n を求めよ。

この問題については, 答えだけでなく, 答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

(原08)

3

空間内の6点

$N(0, 0, 1)$, $S(0, 0, -1)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(-1, 0, 0)$, $D(0, -1, 0)$

を頂点とする正八面体を考える。1つの辺の両端にある2頂点は互いに隣接するという。動点 P は、はじめに頂点 N の位置にあり、 $\frac{1}{4}$ の確率で、 N に隣接する4頂点 A, B, C, D のいずれかに移動し、以後は、直前にいた頂点を除く3つの隣接する頂点のいずれかに、確率 $\frac{1}{3}$ で移動することを繰り返す。ただし、 S に着いた時点で、移動を終えるものとする。

- (1) 2回の移動の後、 P が S の位置にある確率を求めよ。
- (2) 3回移動し、その時点で P が N の位置にある確率を求めよ。
- (3) 5回移動し、その時点で P が A, B, C, D のいずれかの位置にある確率を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。また、答えが分数になる場合は、既約分数で答えよ。

(30点)

4

平面上で，2 曲線

$$y = e^x + 1, \quad y = 6e^{-x}$$

と y 軸とで囲まれた図形を， y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

この問題については，答えだけでなく，答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

