

平成 31 年 度 数 学 (04コア・03プラス)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには、問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。

問題は次のページより始まります。

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = \sqrt[3]{x^2 + 10}$ のグラフの変曲点の座標をすべて求めよ。
- (2) さいころを n 回投げるとき、6 の目が出た回数を X とし、 X が偶数である確率を P_n とする。
- (i) P_1, P_2 を求めよ。
- (ii) P_n を P_{n-1} を用いて表せ。
- (iii) P_n を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(40 点)

2

2つの関数

$$f(x) = \log \sqrt{x}, \quad g(x) = (\log x)^2$$

を考える。

(1) 不等式 $f(x) > g(x)$ を満たす x の範囲を求めよ。

(2) 2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

3複素数 z_n を

$$z_1 = 1, \quad z_{n+1} = iz_n + 2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

により定める。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) $n = 2019$ のとき、 z_n を求めよ。
- (2) すべての z_n ($n = 1, 2, \dots$) を通る円の中心と半径を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(30 点)

4

三角形 OAB について $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ と表すとき,

$$|\vec{a}| = 3, \quad |\vec{b}| = 5, \quad |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14}$$

が成り立つとする。

(1) $\cos \angle AOB$ の値を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{5}\vec{a} + \frac{3}{10}\vec{b}$ と表される点を P とする。直線 OP と AB の交点を Q とするとき、OP : PQ および AQ : QB を求めよ。

(3) 点 P を通り、線分 OA, OB の両方と交わるような直線を考え、交点をそれぞれ A', B' とする。 $\overrightarrow{OA'} = t\vec{a}$ と表すとき、 t のとりうる値の範囲を求めよ。また、 t がその範囲を動くとき、 $\triangle OA'B'$ の面積の最小値を求めよ。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

