

平成 31 年 度 数 学 (03コア)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら，問題のページ数を確認し，解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し，2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり，ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには，問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。



問題は次のページより始まります。

12 以上の自然数 n に対して

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

とおく。

(1) a_4 を求めよ。(2) $a_n < \frac{41}{79}$ となるような最小の n を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(25 点)

2

連立不等式

$$x^2 + (y - 4)^2 \geq 4, \quad y \geq -\frac{2}{3}x^2$$

の表す領域を D とする。 D に含まれ、 y 切片が 0 以上 2 以下である直線のうち、傾きが最大のものを求めよ。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(25 点)

3

以下の問いに答えよ。

- (1) a は実数で, $0 < a < 1$ を満たすとする。円 $C: x^2 + y^2 = 1$ の上の点 $P(1, 0)$ と $Q(-1, 0)$, および PQ 上の点 $R(a, 0)$ をとる。 R を通り PQ に垂直な直線を引き, C との交点のうち, y 座標が正のものを S とする。このとき, 図1のように, 円 C , 線分 PR , 線分 RS のすべてに接する円の半径を求めよ。

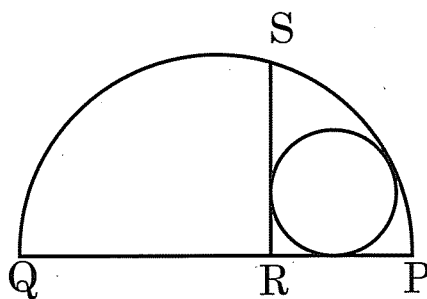


図 1:

- (2) 定積分

$$\int_{-1}^2 |x^3 - 3x| dx$$

を求めよ。

この問題については, 解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(25 点)

4

連立不等式

$$0 \leq x \leq 1, \quad \frac{1}{2}x \leq y \leq \frac{1}{2}x + 1$$

の定める領域を D とおく。

(1) D を図示せよ。

(2) 以下のそれぞれの命題が真であるような実数 a の範囲を求めよ。

(i) D のすべての点 (x, y) について, $a \leq x + y$ が成り立つ。

(ii) $a \leq x + y$ が成り立つような D の点 (x, y) が存在する。

(iii) $0 \leq x \leq 1$ を満たすすべての x に対して, $a \leq x + y$ が成り立つような D の点 (x, y) が存在する。

この問題については, 答えだけでなく, 答えを導く過程も書くこと。

(25 点)

