

平成 31 年 度 数 学 (04プラス)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには、問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。

問題は次のページより始まります。

1

さいころを4回投げて、出た目の数を順に a_1, a_2, a_3, a_4 とする。

$k = 1, 2, 3, 4$ に対して $a_1, \dots, a_k$ の最大値を M_k とする。

ただし、 $M_1 = a_1$ である。

(1) 条件 $M_1 = M_2 = M_3$ が成り立つ確率を求めよ。

(2) 条件 $M_1 = M_2 = M_3 < M_4$ が成り立つ確率を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。また、答えが分数になる場合は、既約分数で答えよ。

(40 点)

2

平面上の点 (x, y) について、次の2つの条件を考える。

条件 (a) 3 辺の長さが $1, x, y$ であるような三角形が存在する。

条件 (b) 3 辺の長さが $1, x, y$ であるような鈍角三角形が存在する。

以下の問いに答えよ。

(1) 条件 (a) を満たす点 (x, y) からなる領域を求め、図示せよ。

(2) 条件 (b) を満たす点 (x, y) からなる領域を求め、図示せよ。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

3

以下の問いに答えよ。

(1) $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ とする。2 つの等式

$$\begin{cases} \omega\alpha + \omega^2\beta = 4 \\ \omega^2\alpha + \omega\beta = 9 \end{cases}$$

を同時に満たす複素数 α, β の実部と虚部とをそれぞれ求めよ。

ただし、 i は虚数単位である。

(2) 連立不等式

$$y \geq x^2 - 4x + 5, \quad y \leq 5$$

で定まる平面上の領域を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(30 点)

4

関数

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

を考える。

(1) $y = f(x)$ の接線で点 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ を通るものをすべて求めよ。

(2) 実数 a に対し

$$S = \int_{-2}^2 |f(x) - ax| dx$$

とおく。 a が $\frac{1}{5} \leq a \leq 1$ の範囲を動くとき、 S の最小値を求めよ。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

